Е. Г. Козлова

Сказки и подсказки

задачи для математического кружка

Издание второе

исправленное и дополненное

Москва
МЦНМО
2004

УДК 51(07)
ББК 22.1
К59

Козлова Е. Г.

К59 Сказки и подсказки (задачи для математического кружка). Издание 2-е, испр. и доп. — М.: МЦНМО, 2004. — 165 с.

ISBN 5-94057-142-5

Настоящий сборник содержит 350 задач (с подсказками, решениями и ответами), предлагавшихся на занятиях математических кружков и решенных детьми.

Книга будет интересна и полезна школьникам, их родителям, а также преподавателям математики и студентам математических факультетов педагогических институтов.

ББК 22.1

Козлова Елена Георгиевна

СКАЗКИ И ПОДСКАЗКИ (задачи для математического кружка)

Редактор Котова А. Ю.

Дизайн обложки Соповой У. В.

Издательство Московского центра непрерывного математического образования. 119002, Москва, Большой Власьевский пер., 11.

Лицензия ИД № 01335 от 24.03.2000 г. Подписано к печати 22.01.2004 г. Формат $60 \times 88/16$. Печать офсетная. Объем 10.5 печ. л. Тираж 3000 экз. Заказ № .

Отпечатано с готовых диапозитивов в ФГУП «Полиграфические ресурсы».

ISBN 5-94057-142-5

© Козлова Е. Г., 2004.
© МЦНМО, 2004.

Дорогие ребята!

В этой книге вам предлагаются интересные математические задачи, к которым даны подсказки, решения и ответы.

Не обязательно решать всё подряд. Если какая-нибудь задача показалась вам слишком трудной или неинтересной — можете её пропустить. Не огорчайтесь, если что-то не будет получаться, и не стремитесь сразу заглянуть в решение или ответ. Лучше всего поступать так. Сначала, конечно, подумайте. Может быть, вы всё же сможете самостоятельно решить задачу. Ну, а не сможете — посмотрите подсказку и подумайте ещё. И уж если и после этого ничего не получится — прочтите решение.

Надеемся, что, несмотря на все возможные трудности, эта книга заинтересует вас и доставит вам удовольствие.

Пользуясь случаем, дадим пояснения к условиям некоторых задач.

1. Здесь довольно много задач про деньги. Когда рассматриваются русские деньги, то имеется в виду денежная система 1961–1991 гг. Тогда в ходу были монеты «медные» — 1, 2, 3, 5 коп., и «серебряные» — 10, 15, 20, 50 коп. Были и бумажные деньги — 1, 3, 5, 10, 25, 50, 100 руб.

2. Есть задачи и про шахматные турниры. Во всех этих турнирах подсчёт очков ведётся так: за выигрыш — 1 очко, за проигрыш — 0, за ничью — 1/2 очка.

Желаем удачи!

Задачи

1. Улитка ползёт вверх по столбу высотой 10 м. За день она поднимается на 5 м, а за ночь — опускается на 4 м. За какое время улитка доберётся от подножья до вершины столба?

2. Кот в Сапогах поймал четырех щук и ещё половину улова. Сколько щук поймал Кот в Сапогах?

3. Кирпич весит 2 кг и ещё треть собственного веса. Сколько весит кирпич?

4. Дедка вдвое сильнее Бабки, Бабка втрое сильнее Внучки, Внучка вчетверо сильнее Жучки, Жучка впятеро сильнее Кошки, Кошка вшестеро сильнее Мышки. Дедка, Бабка, Внучка, Жучка и Кошка вместе с Мышкой могут вытащить Репку, а без Мышки — не могут.

Сколько надо позвать Мышек, чтобы они смогли сами вытащить Репку?

5. Три слога в слове. Первый слог —
Большой снеговика кусок.
Осуществляют слог второй
Слоны, придя на водопой.
А третий слог зовётся так,
Как прежде звался твёрдый знак.
Соедини все три как надо —
Получишь ЭВМ в награду!

6. В дремучем Муромском лесу из-под земли бьют десять источников мёртвой воды: от № 1 до № 10. Из первых девяти источников мёртвую воду может взять каждый, но источник № 10 находится в пещере Кощея, в которую никто, кроме самого Кощея, попасть не может.

На вкус и цвет мёртвая вода ничем не отличается от обыкновенной, однако, если человек выпьет из какого-нибудь источника, он умрёт. Спасти его может только одно: если он запьёт ядом из источника, номер которого больше. Например, если он выпьет из седьмого источника, то ему надо обязательно запить ядом № 8, № 9 или № 10. Если он выпьет не седьмой яд, а девятый, ему может помочь только яд № 10. А если он сразу выпьет десятый яд, то ему уже ничто не поможет.

Иванушка-дурачок вызвал Кощея на дуэль. Условия дуэли были такие: каждый приносит с собой кружку с жидкостью и даёт её выпить своему противнику. Кощей обрадовался: «Ура! Я дам яд № 10, и Иванушка-дурачок не сможет спастись! А сам выпью яд, который Иванушка-дурачок мне принесёт, запью его своим десятым и спасусь!»

В назначенный день оба противника встретились в условленном месте. Они честно обменялись кружками и выпили то, что в них было. Каковы же были радость и удивление обитателей Муромского леса, когда оказалось, что Кощей умер, а Иванушка-дурачок остался жив!

Только Василиса Премудрая догадалась, как удалось Иванушке победить Кощея. Попробуйте догадаться и вы.

7. Можно ли в тетрадном листке вырезать такую дырку, через которую пролез бы человек?

8. Три купчихи — Сосипатра Титовна, Олимпиада Карповна и Поликсена Уваровна — сели пить чай. Олимпиада Карповна и Сосипатра Титовна выпили вдвоём 11 чашек, Поликсена Уваровна и Олимпиада Карповна — 15, а Сосипатра Титовна и Поликсена Уваровна — 14. Сколько чашек чая выпили все три купчихи вместе?

9. В книжном шкафу стоят по порядку четыре тома собрания сочинений Астрид Линдгрен, по 200 страниц в каждом томе. Червячок, живущий в этом собрании, прогрыз путь от первой страницы первого тома до последней страницы четвёртого тома. Сколько страниц прогрыз червячок?

10. В озере растут лотосы. За сутки каждый лотос делится пополам, и вместо одного лотоса появляются два. Ещё через сутки каждый из получившихся лотосов делится пополам и так далее. Через 30 суток озеро полностью покрылось лотосами. Через какое время озеро было заполнено наполовину?

11. Имеются двое песочных часов — на 7 минут и на 11 минут. Яйцо варится 15 минут. Как отмерить это время при помощи имеющихся часов?

12. Зайцы пилят бревно. Они сделали 10 распилов. Сколько получилось чурбачков?

13. Зайцы распилили несколько брёвен. Они сделали 10 распилов и получили 16 чурбачков. Сколько брёвен они распилили?

14. Бублик режут на сектора. Сделали 10 разрезов. Сколько получилось кусков?

15. Чем объяснить, что в задачах 12 и 14 ответы разные?

16. На большом круглом торте сделали 10 разрезов так, что каждый разрез идёт от края до края и проходит через центр торта. Сколько получилось кусков?

17. У двух человек было два квадратных торта. Каждый сделал на своём торте по 2 прямолинейных разреза от края до края. При этом у одного получилось три куска, а у другого — четыре. Как это могло быть?

18. Зайцы снова пилят бревно, но теперь уже оба конца бревна закреплены. Десять средних чурбачков упали, а два крайних так и остались закреплёнными. Сколько распилов сделали зайцы?

19. Как разделить блинчик тремя прямолинейными разрезами на 4, 5, 6, 7 частей?

20. На прямоугольном торте лежит круглая шоколадка. Как разрезать торт на две равные части так, чтобы и шоколадка тоже разделилась ровно пополам?

21. Можно ли испечь такой торт, который может быть разделён одним прямолинейным разрезом на 4 части?

22. На какое максимальное число кусков можно разделить круглый блинчик при помощи трех прямолинейных разрезов?

23. Во сколько раз лестница на четвёртый этаж дома длиннее, чем лестница на второй этаж этого же дома?

24. Отличник Поликарп и двоечник Колька составляли максимальное 5-значное число, которое состоит из различных нечётных цифр. Поликарп своё число составил правильно, а Колька ошибся — он не заметил в условии слово «различных», и очень радовался, что его число оказалось больше, чем число Поликарпа. Какие числа составили Поликарп и Колька?

25. Отличник Поликарп и двоечник Колька составляли минимальное 5-значное число, которое состоит из различных чётных цифр. Поликарп своё число составил правильно, а Колька ошибся. Однако оказалось, что разность между Колькиным числом и правильным ответом меньше 100. Какие числа составили Поликарп и Колька?

26. Отличник Поликарп заполнил клетки таблицы цифрами так, что сумма цифр, стоящих в любых трех соседних клетках, равнялась 15, а двоечник Колька стёр почти все цифры. Сможете ли вы восстановить таблицу?

6								4						

27. Отличник Поликарп составил огромное число, выписав подряд натуральные числа от 1 до 500: 123 … 10111213 … 499500. Двоечник Колька стёр у этого числа первые 500 цифр. Как вы думаете, с какой цифры начинается оставшееся число?

28. Расшифруйте ребус, изображённый на схеме.

$$\begin{array}{ccccc} \text{АБ} & + & 8 & = & \text{ЗВ} \\ - & & - & & - \\ \text{ГД} & + & \text{В} & = & \text{ГВ} \\ \hline \text{ГБ} & + & 3 & = & \text{АД} \end{array}$$

29. Чук и Гек вместе с мамой наряжали елку. Чтобы они не подрались, мама выделила каждому из братьев по одинаковому числу веточек и по одинаковому числу игрушек. Чук попробовал на каждую ветку повесить по одной игрушке, но ему не хватило для этого одной ветки. Гек попробовал на каждую ветку повесить по две игрушки, но одна ветка у него оказалась пустой. Как вы думаете, сколько веток и сколько игрушек выделила мама сыновьям?

30. У Джузеппе есть лист фанеры, размером 22×15. Джузеппе хочет из него вырезать как можно больше прямоугольных заготовок размером 3×5. Как это сделать?

31. *Это старинная задача, она была известна ещё в* XVIII *в.*

Крестьянину надо перевезти через речку волка, козу и капусту. Лодка вмещает одного человека, а с ним либо волка, либо козу, либо капусту. Если без присмотра оставить козу и волка, волк съест козу. Если без присмотра оставить капусту и козу, коза съест капусту. Как крестьянину перевезти свой груз через речку?

32. Найдите два следующих числа:

а) 2, 3, 4, 5, 6, 7 …
б) 10, 9, 8, 7, 6, 5 …
в) 5, 10, 15, 20, 25 …
г) 6, 9, 12, 15, 18 …
д) 8, 8, 6, 6, 4, 4 …

33. Найдите два следующих числа:

а) 3, 7, 11, 15, 19, 23 …
б) 9, 1, 7, 1, 5, 1 …
в) 4, 5, 8, 9, 12, 13 …
г) 25, 25, 21, 21, 17, 17 …
д) 1, 2, 4, 8, 16, 32 …

34. АРФА, БАНТ, ВОЛКОДАВ, ГГГГ, СОУС. Из этих пяти «слов» четыре составляют закономерность, а одно — лишнее. Попробуйте найти это лишнее слово. Интересно, что задача имеет пять решений, т. е. про каждое слово можно объяснить, почему именно оно лишнее, и какой закономерности подчиняются остальные четыре слова.

35. В Волшебной Стране свои волшебные законы природы, один из которых гласит: «Ковёр-самолёт будет летать только тогда, когда он имеет прямоугольную форму».

У Ивана-царевича был ковёр-самолёт размером 9×12. Как-то раз Змей Горыныч подкрался и отрезал от этого ковра маленький коврик размером 1×8. Иван-царевич очень расстроился и хотел было отрезать ещё кусочек 1×4, чтобы получился прямоугольник 8×12, но Василиса Премудрая предложила поступить по-другому. Она разрезала ковёр на три части, из которых волшебными нитками сшила квадратный ковёр-самолёт размером 10×10.

Сможете ли вы догадаться, как Василиса Премудрая переделала испорченный ковёр?

36. Замените каждую букву на схеме цифрой от 1 до 9 так, чтобы выполнялись все неравенства, а затем расставьте буквы в порядке возрастания их числовых значений.

Какое слово у вас получилось?

Р	$>$	О	$>$	К
$\vee$		$\wedge$		$\wedge$
Е	$>$	М	$<$	П
$\vee$		$\wedge$		$\wedge$
Т	$>$	Ю	$>$	Ь

37. Старый сапожник Карл сшил сапоги и послал своего сына Ганса на базар — продать их за 25 талеров. На базаре к мальчику подошли два инвалида (один без левой ноги, другой — без правой) и попросили продать им по сапогу. Ганс согласился и продал каждый сапог за 12,5 талера.

Когда мальчик пришёл домой и рассказал всё отцу, Карл решил, что инвалидам надо было продать сапоги дешевле — каждому за 10 талеров. Он дал Гансу 5 талеров и велел вернуть каждому инвалиду по 2,5 талера.

Пока мальчик искал на базаре инвалидов, он увидел, что продают сладости, не смог удержаться и истратил 3 талера на конфеты. После этого он нашёл инвалидов и отдал им оставшиеся деньги — каждому по одному талеру.

Возвращаясь домой, Ганс понял, как нехорошо он поступил. Он рассказал всё отцу и попросил прощения. Сапожник сильно рассердился и наказал сына, посадив его в тёмный чулан. Сидя в чулане, Ганс задумался. Получалось, что раз он вернул по одному талеру, то инвалиды заплатили за каждый сапог по 11,5 талера: $12{,}5 - 1 = 11{,}5$.

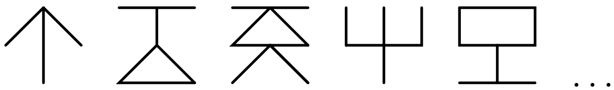
Значит, сапоги стоили 23 талера: $11{,}5 + 11{,}5 = 23$. И 3 талера Ганс истратил на конфеты, следовательно, всего получается 26 талеров: $23 + 3 = 26$.

Но ведь было-то 25 талеров! Откуда же взялся лишний талер?

38. Белоснежка вырезала из батиста большой квадрат и положила его в сундук. Пришёл Первый Гном, достал квадрат, разрезал его на четыре квадрата и положил все четыре снова в сундук. Потом пришёл Второй Гном, достал один из квадратов, разрезал его на четыре квадрата и положил все четыре снова в сундук. Потом пришёл Третий Гном. И он достал один из квадратов, разрезал его на четыре квадрата и положил все четыре снова в сундук. То же самое проделали все остальные гномы.

Сколько квадратов лежало в сундуке после того, как ушёл Седьмой Гном?

39. Какой должна быть следующая фигурка в ряду, изображённом на рисунке?



40. — У меня зазвонил телефон.
— Кто говорит?
— Слон.
...А потом позвонил Крокодил...
...А потом позвонили Зайчатки...
...А потом позвонили Мартышки...
...А потом позвонил Медведь...
...А потом позвонили Цапли...

Итак, у Слона, Крокодила, Зайчаток, Мартышек, Медведя, Цапель и у меня установлены телефоны. Каждые два телефонных аппарата соединены проводом. Как сосчитать, сколько для этого понадобилось проводов?

41. Когда Гулливер попал в Лилипутию, он обнаружил, что там все вещи ровно в 12 раз короче, чем на его родине. Сможете ли вы сказать, сколько лилипутских спичечных коробков поместится в спичечный коробок Гулливера?

42. В токарном цехе вытачиваются детали из стальных заготовок, из одной заготовки — деталь. Стружки, оставшиеся после обработки трех заготовок, можно переплавить и получить ровно одну заготовку. Сколько всего деталей можно сделать из 9-ти заготовок? А из 14-ти? Сколько нужно взять заготовок, чтобы получить 40 деталей?

43. Дано трехзначное число АВВ, произведение цифр которого — двузначное число АС, произведение цифр этого числа равно С (здесь, как в математических ребусах, цифры в записи числа заменены буквами; одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, разным — разные). Определите исходное число.

44. Очень хитрый киоскёр получил для продажи несколько пачек конвертов по 100 конвертов в каждой. 10 конвертов он отсчитывает за 10 с. За сколько секунд он может отсчитать 60 конвертов? А 90?

45. Можно ли в квадрат со стороной 1 поместить несколько непересекающихся квадратов, сумма сторон которых равна 1992?

46. На каждом километре шоссе между сёлами Ёлкино и Палкино стоит столб с табличкой, на одной стороне которой написано, сколько километров до Ёлкина, а на другой — до Палкина. Вдумчивый Наблюдатель заметил, что на каждом столбе сумма равна 13. Каково расстояние от Ёлкина до Палкина?

47. Когда отцу было 27 лет, сыну было только три года, а сейчас сыну в три раза меньше лет, чем отцу. Сколько лет сейчас каждому из них?

48. Сможете ли вы найти два числа, идущих подряд, у первого из которых сумма цифр равна 8, а второе — делится на 8?

49. Попробуйте найти все натуральные числа, которые больше своей последней цифры в 5 раз.

50. Имеются 12-литровый бочонок, наполненный квасом, и два пустых бочонка — в 5 и 8 л. Попробуйте, пользуясь этими бочонками: а) разделить квас на две части — 3 и 9 л; б) разделить квас на две равные части.

51. *Эта задача насчитывает много сотен лет, но до сих пор поражает воображение своей красотой и неожиданностью.*

Три брата получили в наследство от отца 17 верблюдов. Старшему отец завещал половину стада, среднему — треть, а младшему — девятую часть.

Братья пытались поделить наследство и выяснили, что старшему брату придётся взять 8 верблюдов и кусок верблюда, среднему — 5 верблюдов и кусок верблюда, а младшему — верблюда и кусок верблюда.

Естественно, разрезать верблюдов не хотелось никому, и братья решили попросить помощи у Мудреца, проезжавшего мимо них на верблюде.

Мудрец спешился и присоединил своего верблюда к стаду братьев. От нового стада из 18-ти верблюдов Мудрец отделил половину —

9 верблюдов для старшего брата, затем треть — 6 верблюдов для среднего брата, и, наконец, девятую часть — 2-х верблюдов для младшего брата.

После успешной делёжки Мудрец сел на своего верблюда и продолжил путь. А братья стали думать, почему же каждый из них получил больше верблюдов, чем полагалось.

Сможете ли вы объяснить, что же произошло?

52. Яблоко тяжелее банана, а банан тяжелее киви. Что тяжелее — киви или яблоко?

53. Мандарин легче груши, а апельсин тяжелее мандарина. Что тяжелее — груша или апельсин?

54. 7 шоколадок дороже, чем 8 пачек печенья. Что дороже — 8 шоколадок или 9 пачек печенья?

55. 6 карасей легче 5 окуней, но тяжелее 10 лещей. Что тяжелее — 2 карася или 3 леща?

56. Девочка заменила каждую букву в своём имени её номером в русском алфавите. Получилось число 2 011 533. Как её зовут?

57. Если для вчера завтра был четверг, то какой день будет вчера для послезавтра?

58. Замените знаки вопроса соответствующей цифрой:

а) 1, 3, 4, 6, 7, 8, 10, 11, ?;
б) 1, 2, 3, 5, 8, 13, ?;
в) 7, 9, 11, 13, 15, ?;
г) 17, 27, 47, 87, 167, ?;
д) 1, 3, 6, 10, 15, 21, ?;
е) 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, ?.

59. За книгу заплатили 100 руб. и осталось заплатить ещё столько, сколько осталось бы заплатить, если бы за неё заплатили столько, сколько осталось заплатить. Сколько стоит книга?

60. Одно трехзначное число состоит из различных цифр, следующих в порядке возрастания, а в его названии все слова начинаются с одной и той же буквы. Другое трехзначное число, наоборот, состоит из одинаковых цифр, но в его названии все слова начинаются с разных букв. Какие это числа?

61. Замените знаки вопроса соответствующими буквами или словами:

а) к, о, ж, з, г, ?;
б) а, в, г, ё, ж, з, л, м, н, о, ?, ?, ?;
в) один, четыре, шесть, пять, ?, ?;
г) А, Ж, М, Н, О, П, Т, ?, ?, ?;
д) о, д, т, ч, п, ш, с, ?.

62. Как вы считаете, какой — чётной или нечётной — будет сумма: а) двух чётных чисел; б) двух нечётных чисел; в) чётного и нечётного чисел? г) нечётного и чётного чисел?

63. Как вы считаете, какой — чётной или нечётной — будет сумма: а) чётного числа чётных чисел; б) чётного числа нечётных чисел; в) нечётного числа чётных чисел; г) нечётного числа нечётных чисел?

64. Как вы считаете, каким — чётным или нечётным — будет произведение: а) двух чётных чисел; б) двух нечётных чисел; в) чётного и нечётного чисел; г) нечётного и чётного чисел?

65. Как вы считаете, каким — чётным или нечётным — будет произведение: а) чётного числа чётных чисел; б) чётного числа нечётных чисел; в) нечётного числа чётных чисел; г) нечётного числа нечётных чисел?

66. Попробуйте разменять 25-рублёвую купюру одиннадцатью купюрами достоинством 1, 3 и 5 руб.

67. Можно ли решить предыдущую задачу, если число купюр будет не одиннадцать, а десять? Почему?

68. Петя и Миша играют в такую игру. Петя берёт в каждую руку по монетке: в одну — 10 коп., а в другую — 15. После этого содержимое левой руки он умножает на 4, 10, 12 или 26, а содержимое правой руки — на 7, 13, 21 или 35. Затем Петя складывает два получившихся произведения и называет Мише результат. Может ли Миша, зная этот результат, определить, в какой руке у Пети — правой или левой — монета достоинством в 10 коп.? Почему?

69. Путешественник, сняв в гостинице комнату на неделю, предложил хозяину в уплату цепочку из семи серебряных колец — по кольцу за день, с тем, однако, условием, что будет рассчитываться ежедневно. Хозяин согласился, оговорив со своей стороны, что можно распилить только одно кольцо. Как путешественнику удалось расплатиться с хозяином гостиницы?

70. Незнайка взял у Пилюлькина книжку и сосчитал, сколько понадобилось цифр, чтобы пронумеровать все страницы, начиная с 1-й. У него получилось 100 цифр. Могло ли так быть, или Незнайка ошибся? Если могло, скажите, сколько было страниц, если не могло — объясните почему.

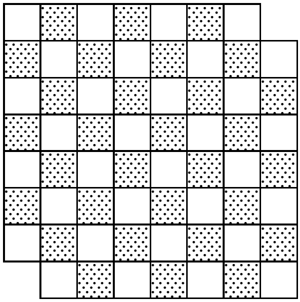
71. Имеется пять звеньев цепи по 3 кольца в каждом. Какое наименьшее число колец нужно расковать и сковать, чтобы соединить эти звенья в одну цепь?

72. Начнём считать пальцы на правой руке: первый — мизинец, второй — безымянный, третий — средний, четвёртый — указательный, пятый — большой, шестой — снова указательный, седьмой — снова средний, восьмой — безымянный, девятый — мизинец, десятый — безымянный и т. д. Какой палец будет по счёту 1992-м?

73. На мачте пиратского корабля развевается двухцветный прямоугольный флаг, состоящий из чередующихся чёрных и белых вертикальных полос одинаковой ширины. Общее число полос равно числу пленных, находящихся в данный момент на корабле. Сначала на корабле было 12 пленных, а на флаге — 12 полос; затем два пленных сбежали. Как разрезать флаг на две части, а затем сшить их, чтобы площадь флага и ширина полос не изменились, а число полос стало равным 10?

74. Во время шахматного турнира подсчитали, сколько игроков сыграло нечётное количество партий. Докажите, что число таких игроков чётно.

75. Из шахматной доски вырезали две клетки — a1 и h8. Можно ли оставшуюся часть доски (см. рисунок) покрыть 31-й косточкой домино так, чтобы каждая косточка покрывала ровно две клетки доски?



76. В доме, который был заселён только супружескими парами с детьми, проводилась перепись населения. Человек, проводивший перепись, в отчёте указал: «Взрослых в доме больше, чем детей. У каждого мальчика есть сестра. Мальчиков больше, чем девочек. Бездетных семей нет». Этот отчёт был неверен. Почему?

77. Если Конёк-Горбунок не будет семь суток есть или не будет семь суток спать, то лишится своей волшебной силы. Допустим, он в течение недели не ел и не спал. Что он должен сделать в первую очередь к концу седьмых суток — поесть или поспать, чтобы не потерять силу?

78. В ребусе, изображённом на рисунке, действия в каждой строке производятся подряд слева направо, хотя скобки не расставлены. Каждое число последней строки равняется сумме чисел столбца, под которым оно расположено.

$$\begin{array}{rcrcrcrcr}
\ast\ast & : & 5 & + & \ast & \times & 7 & = & 4\ast \\
\ast 4 & : & \ast & - & 4 & \times & \ast & = & \ast \\
\ast\ast & - & 1 & + & \ast & \times & 2 & = & \ast\ast \\
\ast 3 & - & \ast & + & \ast\ast & - & 5 & = & \ast\ast \\
\hline
\ast\ast & + & \ast & + & \ast\ast & + & \ast\ast & = & \ast\ast
\end{array}$$

Результат каждой строки равен сумме чисел столбца с тем же номером. Ни одно число в ребусе не равно нулю и не начинается нулём, однако на нуль числа могут оканчиваться. Расшифруйте ребус.

79. Дядька Черномор написал на листке бумаги число 20. Тридцать три богатыря передают листок друг другу, и каждый или прибавляет к числу или отнимает от него единицу. Может ли в результате получиться число 10?

80. Имеются чашечные весы без гирь и 3 одинаковые по внешнему виду монеты, одна из которых фальшивая: она легче настоящих (настоящие монеты одного веса). Сколько надо взвешиваний, чтобы определить фальшивую монету? Решите ту же задачу в случаях, когда имеется 4 монеты и 9 монет.

81. Имеются чашечные весы без гирь и 3 одинаковые по внешнему виду монеты. Одна из монет фальшивая, причём неизвестно, легче она настоящих монет или тяжелее (настоящие монеты одного веса). Сколько надо взвешиваний, чтобы определить фальшивую монету? Решите ту же задачу в случаях, когда имеется 4 монеты и 9 монет.

82. Имеются чашечные весы, любые гири и десять мешков с монетами. Все монеты во всех мешках одинаковы по внешнему виду, но в одном из мешков все монеты фальшивые и каждая весит по 15 г, а в остальных девяти мешках все монеты настоящие и каждая весит по 20 г. Как при помощи *одного* взвешивания определить, в каком мешке фальшивые монеты?

83. Можно ли ходом коня обойти все клетки шахматной доски, начав с клетки a1, закончив в клетке h8 и на каждой клетке доски побывав ровно один раз?

84. Расшифруйте ребус: замените звёздочки цифрами так, чтобы выполнялись равенства во всех строках и каждое число последней строки равнялось сумме чисел столбца, под которым оно расположено.

$$\begin{array}{rcrcr}
\ast 1 & \times & \ast\ast & = & \ast\ast 0\\
6\ast & : & \ast 7 & = & \ast\\
\ast\ast & + & \ast\ast & = & 20\\
\ast 2 & - & \ast & = & \ast\\
\hline
\ast\ast\ast & + & \ast\ast & = & 1\ast\ast
\end{array}$$

85. Расшифруйте ещё один ребус. Несмотря на то, что здесь известны всего две цифры, а все остальные заменены звёздочками, пример можно восстановить.

$$\begin{array}{l|l}
\ast\ast\ast\ast\ast\ast\ast & \ast\ast\\
\cline{2-2}
\underline{\ast\ast\ast} & \ast\ast 8\ast\ast\\
\quad\ \ast\ast & \\
\quad\ \underline{\ast\ast} & \\
\qquad \ast\ast\ast & \\
\qquad \underline{\ast\ast\ast} & \\
\qquad\quad\ \ 0 &
\end{array}$$

86. На столе лежат в ряд пять монет: средняя — вверх орлом, а остальные — вверх решкой. Разрешается одновременно перевернуть три рядом лежащие монеты. Можно ли при помощи нескольких таких переворачиваний все пять монет положить вверх орлом?

87. На шахматной доске 5×5 клеток расставили 25 шашек — по одной на каждой клетке. Потом все шашки сняли с доски, но запомнили, на какой клетке стояла каждая. Можно ли ещё раз расставить шашки на доске таким образом, чтобы каждая шашка стояла на клетке, соседней с той, на которой она стояла в прошлый раз (соседняя по горизонтали или вертикали, но не наискосок)?

88. В каждой клетке шахматной доски стоит оловянный солдатик. Все 64 солдатика разной величины. Среди каждых восьми солдатиков, составляющих горизонтальный ряд, выбирают самого большого. После этого из отобранных восьми больших солдатиков выбирают самого маленького. Затем среди каждых восьми солдатиков, составляющих вертикальный ряд, выбирают самого маленького. После этого из отобранных восьми маленьких солдатиков выбирают самого большого. Какой солдатик больше: самый маленький из больших или самый большой из маленьких?

89. Можно ли 77 телефонов соединить между собой проводами так, чтобы каждый был соединён ровно с пятнадцатью?

90. Мальвина велела Буратино умножить число на 4 и к результату прибавить 15, а Буратино умножил число на 15 и потом прибавил 4, однако ответ получился верный. Какое это было число?

91. 48 кузнецов должны подковать 60 лошадей. Каждый кузнец тратит на одну подкову 5 минут. Какое наименьшее время они должны потратят на работу? (Учтите, лошадь не может стоять на двух ногах.)

92. В зоомагазине продают больших и маленьких птиц. Большая птица стоит вдвое дороже маленькой. Одна дама купила 5 больших птиц и 3 маленьких, а другая — 5 маленьких и 3 больших. При этом первая дама заплатила на 20 рублей больше. Сколько стоит каждая птица?

93. В Стране Чудес проводилось следствие по делу об украденном бульоне. На суде Мартовский Заяц заявил, что бульон украл Болванщик. Соня и Болванщик тоже дали показания, но что они сказали, никто не запомнил, а запись смыло алисиными слезами. В ходе судебного заседания выяснилось, что бульон украл лишь один из подсудимых и что только он дал правдивые показания. Так кто украл бульон?

94. В языке Древнего Племени алфавит состоит всего из двух букв: «М» и «О». Два слова являются синонимами, если одно из другого можно получить при помощи исключения или добавления буквосочетаний «МО» и «ООММ», повторяемых в любом порядке и любом количестве. Являются ли синонимами в языке Древнего Племени слова «ОММ» и «МОО»?

95. Как вы думаете, среди четырех последовательных натуральных чисел будет ли хотя бы одно делиться на 2? А на 3? А на 4? А на 5?

96. Сумма двух чисел чётна. Каким — чётным или нечётным — будет их произведение? А если чисел три?

97. Может ли число, составленное только из четвёрок, делиться на число, составленное только из троек? А наоборот?

98. Мачеха, уезжая на бал, дала Золушке мешок, в котором были перемешаны мак и просо, и велела перебрать их. Когда Золушка уезжала на бал, она оставила три мешка: в одном было просо, в другом — мак, а в третьем — ещё не разобранная смесь. Чтобы не перепутать мешки, Золушка к каждому из них прикрепила по табличке: «Мак», «Просо» и «Смесь».

Мачеха вернулась с бала первой и нарочно поменяла местами все таблички так, чтобы на каждом мешке оказалась неправильная надпись. Ученик Феи успел предупредить Золушку, что теперь ни одна надпись на мешках не соответствует действительности. Тогда Золушка достала только одно-единственное зёрнышко из одного мешка и, посмотрев на него, сразу догадалась, где что лежит.

Как она это сделала?

99. Имеются 6 запертых чемоданов и 6 ключей к ним. При этом неизвестно, к какому чемодану подходит какой ключ. Какое наименьшее число попыток надо сделать, чтобы наверняка открыть все чемоданы? А сколько понадобится попыток, если ключей и чемоданов будет не по 6, а по 10?

100. Баба Яга в своей избушке на курьих ножках завела сказочных животных. Все они, кроме двух, — Говорящие Коты; все, кроме двух, — Мудрые Совы; остальные — Усатые Тараканы. Сколько обитателей в избушке у Бабы Яги?

101. *Эта старинная задача была известна ещё в Древнем Риме.*

Богатый сенатор, умирая, оставил жену в ожидании ребёнка. После смерти сенатора выяснилось, что на своё имущество, равное 210 талантам, он составил следующее завещание: «В случае рождения сына отдать мальчику две трети состояния (т. е. 140 талантов), а остальную треть (т. е. 70 талантов) — матери; в случае же рождения дочери отдать девочке одну треть состояния (т. е. 70 талантов), а остальные две трети (т. е. 140 талантов) — матери».

У вдовы сенатора родились близнецы — мальчик и девочка. Такой возможности завещатель не предусмотрел. Как можно разделить имущество между тремя наследниками с наилучшим приближением к условию завещания?

102. Отличник Поликарп купил общую тетрадь объёмом 96 листов и пронумеровал все её страницы по порядку числами от 1 до 192. Двоечник Колька вырвал из этой тетради 25 листов и сложил все 50 чисел, которые на них написаны. В ответе у Кольки получилось 2002. Не ошибся ли он?

103. По кругу написано 7 натуральных чисел. Попробуйте доказать, что найдутся два соседних числа, сумма которых чётна.

104. Фома и Ерёма нашли на дороге по пачке 11-рублевок. В чайной Фома выпил 3 стакана чая, съел 4 калача и 5 бубликов. Ерёма выпил 9 стаканов чая, съел 1 калач и 4 бублика. Стакан чая, калач и бублик стоят по целому числу рублей. Оказалось, что Фома может расплатиться 11-рублевками без сдачи. Покажите, что это может сделать и Ерёма.

105. На волшебной яблоне выросли 15 бананов и 20 апельсинов. Одновременно разрешается срывать один или два плода. Если сорвать один из плодов — вырастет такой же, если сорвать сразу два одинаковых плода — вырастет апельсин, а если два разных — вырастет банан. В каком порядке надо срывать плоды, чтобы на яблоне остался ровно один плод? Можете ли вы определить, какой это будет плод? Можно ли срывать плоды так, чтобы на яблоне ничего не осталось?

106. Собрался Иван-царевич на бой со Змеем Горынычем, трехглавым и треххвостым.

— Вот тебе меч-кладенец, — сказала царевичу Баба Яга. — Одним ударом ты можешь срубить Змею либо одну голову, либо две головы, либо один хвост, либо два хвоста. Запомни: срубишь голову — новая вырастет; срубишь хвост — два новых вырастут; срубишь два хвоста — голова вырастет; срубишь две головы — ничего не вырастет. За сколько ударов Иван-царевич может срубить Змею Горынычу все головы и все хвосты?

107. В соревновании участвовали 50 стрелков. Первый выбил 60 очков; второй — 80; третий — среднее арифметическое очков первых двух; четвёртый — среднее арифметическое очков первых трех. Каждый следующий выбил среднее арифметическое очков всех предыдущих. Сколько очков выбил 42-й стрелок? А 50-й?

108. Расшифруйте ребус (см. рисунок). Все цифры, обозначенные буквой Ч, — чётные (не обязательно равные); все цифры, обозначенные буквой Н, — нечётные (тоже не обязательно равные).

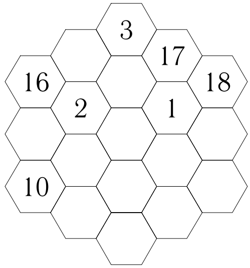
$$\begin{array}{r} \text{Ч Ч Н} \\ \times \quad \text{Н Н} \\ \hline \text{Ч Н Ч Н} \\ + \ \text{Ч Н Н} \quad \\ \hline \text{Н Н Н Н Н} \end{array}$$

109. На столе лежат в ряд четыре фигуры: треугольник, круг, прямоугольник и ромб. Они окрашены в разные цвета: красный, синий, жёлтый, зелёный. Известно, что красная фигура лежит между синей и зелёной; справа от жёлтой фигуры лежит ромб; круг лежит правее и треугольника и ромба; треугольник лежит не с краю; синяя и жёлтая фигуры лежат не рядом. Определите, в каком порядке лежат фигуры и какого они цвета.

110. Все поля шахматной доски 8×8 покрыли 32-мя косточками домино. Каждая косточка закрывает в точности два поля. Докажите, что при любом покрытии число вертикально лежащих косточек чётно, и число горизонтально лежащих косточек тоже чётно.

111. Четыре чёрные коровы и три рыжие дают за 5 дней столько молока, сколько три чёрные коровы и пять рыжих дают за 4 дня. У каких коров больше удои, у чёрных или у рыжих?

112. Четыре подруги пришли на каток, каждая со своим братом. Они разбились на пары и начали кататься. Оказалось, что в каждой паре «кавалер» выше «дамы» и никто не катается со своей сестрой. Самым высоким в компании был Юра Воробьёв, следующим по росту — Андрей Егоров, потом Люся Егорова, Серёжа Петров, Оля Петрова, Дима Крымов, Инна Крымова и Аня Воробьёва. Определите, кто с кем катался?



113. Заполните свободные клетки «шестиугольника» (см. рисунок) целыми числами от 1 до 19, чтобы во всех вертикальных и диагональных рядах сумма чисел, стоящих в одном ряду, была бы одна и та же.

114. На затонувшей каравелле XIV века были найдены шесть мешков с золотыми монетами. В первых четырех мешках оказалось по 60, 30, 20 и 15 золотых монет. Когда подсчитали монеты в оставшихся двух, кто-то заметил, что число монет в мешках составляет некую последовательность. Приняв это к сведению, смогли бы вы сказать, сколько монет в пятом и шестом мешках?

115. Используя пять двоек, арифметические действия и возведение в степень, составьте числа от 1 до 26.

116. Используя пять троек, арифметические действия и возведение в степень, составьте числа от 1 до 39.

117. Используя пять четвёрок, арифметические действия и возведение в степень, составьте числа от 1 до 22.

118. Используя пять пятёрок, арифметические действия и возведение в степень, составьте числа от 1 до 17.

119. Используя пять шестёрок, арифметические действия и возведение в степень, составьте числа от 1 до 14.

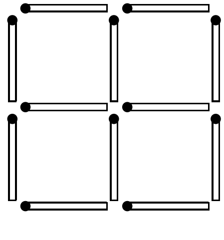
120. Используя пять семёрок, арифметические действия и возведение в степень, составьте числа от 1 до 22.

121. Используя пять восьмёрок, арифметические действия и возведение в степень, составьте числа от 1 до 20.

122. Используя пять девяток, арифметические действия и возведение в степень, составьте числа от 1 до 13.

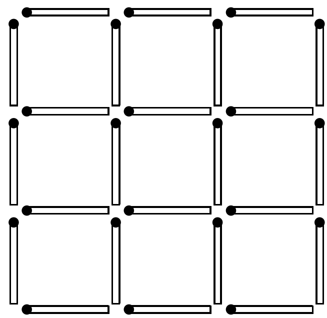
123. Заходит в магазин покупатель, выбирает товар стоимостью 20 рублей, даёт продавцу сторублёвку. Смотрит продавец — нету сдачи. Пошёл в соседний отдел, разменял сотню. Отдал покупателю товар и сдачу. Ушёл покупатель. Вдруг прилетает продавец из соседнего отдела, приносит ту сотню. Фальшивка! Отдал наш продавец ему свою сотню. На сколько в итоге прогорел наш горе-продавец?

124. Двенадцать спичек выложены так, как показано на рисунке. Сколько здесь квадратов? Выполните следующие задания:



а) уберите 2 спички так, чтобы образовалось 2 неравных квадрата;
б) переложите 3 спички так, чтобы образовалось 3 равных квадрата;
в) переложите 4 спички так, чтобы образовалось 3 равных квадрата;
г) переложите 2 спички так, чтобы образовалось 7 квадратов;
д) переложите 4 спички так, чтобы образовалось 10 квадратов.

125. Двадцать четыре спички выложены так, как показано на рисунке. Сколько здесь квадратов? Выполните следующие задания:



а) уберите 4 спички так, чтобы образовалось 4 маленьких квадрата и один большой;

б) уберите 4 спички так, чтобы образовалось 5 равных квадратов;

в) уберите 6 спичек так, чтобы образовалось 5 равных квадратов;

г) уберите 8 спичек так, чтобы образовалось 5 равных квадратов;

д) переложите 12 спичек так, чтобы образовалось 2 равных квадрата;

е) уберите 6 спичек так, чтобы образовалось 2 квадрата и 2 равных неправильных шестиугольника;

ж) уберите 8 спичек так, чтобы образовалось 4 равных квадрата (два решения);

з) уберите 8 спичек так, чтобы образовалось 3 квадрата;

и) уберите 6 спичек так, чтобы образовалось 3 квадрата;

к) уберите 8 спичек так, чтобы образовалось 2 квадрата (два решения).

126. В комнате стоят трехногие табуретки и четырехногие стулья. Когда на все эти сидячие места уселись люди, в комнате оказалось 39 ног. Сколько в комнате табуреток?

127. Незнайка хвастал своими выдающимися способностями умножать числа «в уме». Чтобы его проверить, Знайка предложил ему написать какое-нибудь число, перемножить его цифры и сказать результат. «1210», — немедленно выпалил Незнайка. «Ты неправ!» — сказал, подумав, Знайка. Как он обнаружил ошибку, не зная исходного числа?

128. В коробке синие, красные и зелёные карандаши. Всего 20 штук. Синих в 6 раз больше, чем зелёных, красных меньше, чем синих. Сколько в коробке красных карандашей?

129. Вычислите произведение

$$(100 - 1^2)(100 - 2^2)(100 - 3^2)\ \dots\ (100 - 25^2).$$

130. Из книги выпала часть. Первая из выпавших страниц имеет номер 387, а номер последней состоит из тех же цифр, но записанных в другом порядке. Сколько листов выпало из книги?

131. В трех ящиках лежат орехи. В первом ящике на 6 кг орехов меньше, чем в двух других вместе. А во втором — на 10 кг меньше, чем в двух других вместе. Сколько орехов в третьем ящике?

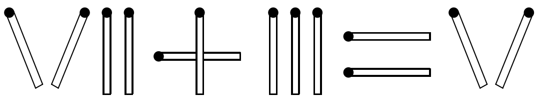
132. Имеются неправильные чашечные весы, мешок крупы и правильная гиря в 1 кг. Как отвесить на этих весах 1 кг крупы?

133. Однажды на лестнице была найдена странная тетрадь. В ней было записано сто утверждений:

«В этой тетради ровно одно неверное утверждение»;
«В этой тетради ровно два неверных утверждения»;
«В этой тетради ровно три неверных утверждения»;
. . . .
«В этой тетради ровно сто неверных утверждений».

Есть ли среди этих утверждений верные, и если да, то какие?

134. На рисунке изображено неверное равенство, составленное из спичек.



Переложите одну спичку так, чтобы равенство стало верным. (Возможны два решения.)

135. Профессор Тестер проводит серию тестов, на основании которых он выставляет испытуемому средний балл. Закончив отвечать, Джон понял, что если бы он получил за последний тест 97 очков, то его средний балл составил бы 90; а если бы он получил за последний тест всего 73 очка, то его средний балл составил бы 87. Сколько тестов в серии профессора Тестера?

136. Золотоискатель Джек добыл 9 кг золотого песка. Сможет ли он за три взвешивания отмерить 2 кг песка с помощью чашечных весов: а) с двумя гирями — 200 г и 50 г; б) с одной гирей 200 г?

137. Известно, что $p > 3$ и p — простое число, т. е. оно делится только на единицу и на себя само. Как вы думаете: а) будут ли чётными числа $(p + 1)$ и $(p - 1)$; б) будет ли хотя бы одно из них делиться на 3?

138. Известно, что $p > 3$ и p — простое число, т. е. оно делится только на единицу и на себя само. Как вы думаете, будет ли хотя бы одно из чисел $(p + 1)$ и $(p - 1)$ делиться на 4? А на 5?

139. Найдите все числа, при делении которых на 7 в частном получится то же число, что и в остатке.

140. Покажите, что среди любых шести целых чисел найдутся два, разность которых кратна 5. Останется ли это утверждение верным, если вместо разности взять сумму?

141. Коля, Серёжа и Ваня регулярно ходили в кинотеатр. Коля бывал в нём каждый 3-й день, Серёжа — каждый 7-й, Ваня — каждый 5-й. Сегодня все ребята были в кино. Когда все трое встретятся в кинотеатре в следующий раз?

142. На лужайке босоногих мальчиков столько же, сколько обутых девочек. Кого на лужайке больше, девочек или босоногих детей?

143. В гимназии все ученики знают хотя бы один из древних языков — греческий или латынь, а некоторые — оба языка. 85% всех ребят знают греческий язык и 75% знают латынь. Какая часть учащихся знает оба языка?

144. Может ли сумма семи слагаемых делиться на число, на которое не делится ни одно из слагаемых?

145. Два класса с одинаковым количеством учеников написали контрольную. Проверив контрольные, строгий директор Фёдор Калистратович сказал, что он поставил двоек на 13 больше, чем остальных оценок. Не ошибся ли строгий Фёдор Калистратович?

146. Перед началом Олимпиады хоккейные шайбы подорожали на 10%, а после окончания Олимпиады подешевели на 10%. Когда шайбы стоили дороже — до подорожания или после удешевления?

147. Найдите два таких простых числа, что и их сумма, и их разность — тоже простые числа.

148. Какое слово зашифровано: 222122111121? Каждая буква заменена своим номером в русском алфавите.

149. Напишите в строчку первые 10 простых чисел. Как вычеркнуть 6 цифр, чтобы получилось наибольшее возможное число?

150. Сможете ли вы разложить 44 шарика на 9 кучек, чтобы количество шариков в разных кучках было различным?

151. В круге отметили точку. Можно ли так разрезать этот круг на три части, чтобы из них можно было бы сложить новый круг, у которого отмеченная точка стояла бы в центре?

152. Можно ли разрезать квадрат на четыре части так, чтобы каждая часть соприкасалась (т. е. имела общие участки границы) с тремя другими?

153. За один ход разрешается или удваивать число, или стирать его последнюю цифру. Можно ли за несколько ходов получить из числа 458 число 14?

154. Может ли быть верным равенство

$$К \times О \times Т = У \times Ч \times Ё \times Н \times Ы \times Й,$$

если в него вместо букв подставить цифры от 1 до 9? Разным буквам соответствуют разные цифры.

155. Ребята принесли из леса по полной корзинке грибов. Всего было собрано 289 грибов, причём в каждой корзинке оказалось одинаковое количество. Сколько было ребят?

156. Пусть M — произвольное 1992-значное число, делящееся на 9. Сумму цифр этого числа обозначим через A. Сумму цифр числа A обозначим через B. Сумму цифр числа B обозначим через C. Чему равно число C?

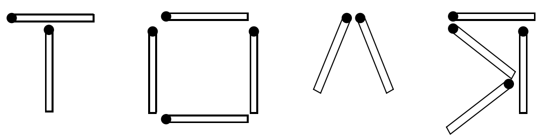
157. Если Аня идёт в школу пешком, а обратно едет на автобусе, то всего на дорогу она тратит 1,5 ч. Если же она едет на автобусе в оба конца, то весь путь у неё занимает 30 мин. Сколько времени потратит Аня на дорогу, если и в школу и из школы она будет идти пешком?

158. Коля однажды сказал: «Позавчера мне было 10 лет, а в будущем году исполнится 13». Может ли так быть?

159. Сумма шести различных натуральных чисел равна 22. Найдите эти числа.

160. Простые числа имеют только два различных делителя — единицу и само это число. А какие числа имеют только три различных делителя?

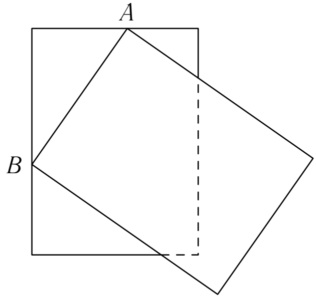
161. Из двенадцати спичек сложено имя «ТОЛЯ».



Переложите одну спичку так, чтобы получилось женское имя.

162. Купец случайно перемешал конфеты 1-го сорта (по 3 руб. за фунт) и конфеты 2-го сорта (по 2 руб. за фунт). По какой цене надо продавать эту смесь, чтобы выручить ту же сумму, если известно, что первоначально общая стоимость всех конфет 1-го сорта была равна общей стоимости всех конфет 2-го сорта?

163. Листок календаря частично закрыт предыдущим оторванным листком (см. рисунок). Вершины A и B верхнего листка лежат на сторонах нижнего листка. Четвёртая вершина нижнего листка не видна — она закрыта верхним листком. Верхний и нижний листки, естественно, равны между собой. Какая часть нижнего листка больше — закрытая или открытая?



164. На поляну прилетело 35 ворон. Неожиданно вороны взлетели и разделились на две стаи: одна стая уселась на ветви старой берёзы, а другая — на ольху. Через некоторое время с берёзы на ольху перелетело 5 ворон, столько же ворон совсем улетело с берёзы, после чего на берёзе осталось вдвое больше ворон, чем на ольхе. Сколько ворон было в каждой из двух стай первоначально?

165. Семь девяток выписали подряд: 9 9 9 9 9 9 9. Поставьте между некоторыми из них знаки «$+$» или «$-$», чтобы получившееся выражение равнялось 1989.

166. КУВШИН = БУТЫЛКА + СТАКАН;
ДВА КУВШИНА = СЕМЬ СТАКАНОВ;
БУТЫЛКА = ЧАШКА + ДВА СТАКАНА;
БУТЫЛКА = *сколько* ЧАШЕК?

167. Двадцать восемь косточек домино можно разными способами выложить в виде прямоугольника 8×7 клеток.

На рис. 167.1–167.4 приведены четыре варианта расположения цифр в прямоугольниках. Можете ли вы расположить косточки в каждом из этих вариантов?

5	0	1	0	3	1	2	5
4	4	5	2	4	6	2	3
2	5	6	0	1	3	0	2
5	1	2	0	4	0	4	3
5	4	5	1	6	3	2	3
0	1	0	2	1	5	6	6
6	1	3	6	4	6	3	4

Рис. 167.1

1	4	0	2	1	2	0	3
3	2	5	6	3	4	5	1
3	0	1	5	0	0	6	6
6	1	3	1	1	3	6	0
2	4	1	5	6	4	2	4
6	2	4	4	5	0	2	6
0	3	5	3	2	5	5	4

Рис. 167.2

3	6	6	2	3	2	2	0
1	2	4	1	5	2	4	5
6	6	1	3	6	2	0	0
0	1	4	3	0	5	5	6
5	5	0	4	6	2	1	1
3	1	2	3	1	4	6	4
3	0	4	5	0	4	3	5

Рис. 167.3

0	1	2	5	1	4	5	6
0	1	2	5	1	4	5	6
5	2	6	3	3	0	4	1
5	2	6	3	3	0	4	1
3	3	4	4	2	2	3	3
4	6	0	0	6	6	0	2
4	6	1	1	5	5	0	2

Рис. 167.4

168. Весь комплект косточек домино, кроме 0–0, уложили так, как изображено на рисунке. Разным буквам соответствуют разные цифры, одинаковым — одинаковые. Сумма очков в каждой строке равна 24. Попробуйте восстановить цифры.

	a	a	a	b	b	c	c
d	d	e	e	e	e	c	c
d	d	a	a	c	c	f	f
g	g	g	g	b	b	f	f
e	e	f	f	g	g	d	d
f	f	a	a	e	e	b	b
d	d	c	c	g	g	a	

169. Дано 25 чисел. Известно, что сумма любых четырех из них положительна. Верно ли, что сумма всех чисел положительна?

170. Дано 25 чисел. Какие бы три из них мы ни выбрали, среди оставшихся найдётся такое четвёртое, что сумма этих четырех чисел будет положительна. Верно ли, что сумма всех чисел положительна?

171. В комнате находятся 85 воздушных шаров — красных и синих. Известно, что: 1) по крайней мере один из шаров красный; 2) из каждой произвольно выбранной пары шаров по крайней мере один синий. Сколько в комнате красных шаров?

172. Делится ли число $10^{2002} + 8$ на 9?

173. Делится ли на 1999 сумма чисел $1 + 2 + 3 + \ldots + 1999$?

174. Вдоль беговой дорожки расставлено 12 флажков на одинаковом расстоянии друг от друга. Спортсмен стартует у первого флажка и бежит с постоянной скоростью. Уже через 12 секунд спортсмен был у 4-го флажка. За какое время он пробежит всю дорожку?

175. Сколько нечётных чисел заключено между 300 и 700?

176. Башенные часы отбивают три удара за 12 с. В течение какого времени они пробьют шесть ударов?

177. Какой знак надо поставить между 2 и 3, чтобы получилось число больше 2 и меньше 3?

178. Половина от половины числа равна половине. Какое это число?

179. Какой длины получится полоса, если кубический километр разрезать на кубические метры и выложить их в одну линию?

180. Два лесоруба, Иван и Прохор, работали вместе в лесу и сели перекусить. У Ивана было 4 лепёшки, а у Прохора — 8. Тут к ним подошёл охотник.

— Вот, братцы, заблудился в лесу, до деревни далеко, а есть очень хочется. Пожалуйста, поделитесь со мной хлебом-солью!

— Ну что ж, садись, чем богаты, тем и рады, — сказали лесорубы.

Двенадцать лепёшек были разделены поровну на троих. После еды охотник пошарил в карманах, нашёл гривенник и полтинник и сказал:

— Не обессудьте, братцы, больше при себе ничего нет. Поделитесь, как знаете!

Охотник ушёл, а лесорубы заспорили. Прохор говорит:

— По-моему, деньги надо разделить поровну!

А Иван ему возражает:

— За 12 лепёшек — 60 коп., значит за каждую лепёшку по 5 коп. Раз у тебя было 8 лепёшек — тебе 40 коп., у меня 4 лепёшки — мне 20 коп.!

А как бы вы разделили эти деньги между лесорубами?

181. Попробуйте прочесть слово, изображённое на рис. 181.1, пользуясь ключом (см. рис. 181.2).

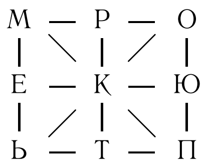


Рис. 181.1

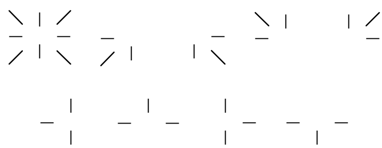


Рис. 181.2

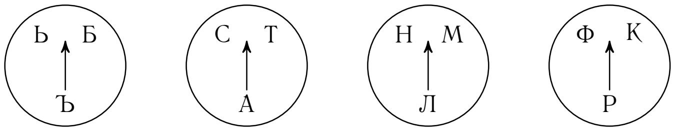
182. Винни-Пух решил позавтракать. Он налил себе стакан чая и добавил сливок из большого кувшина. Но как только он перемешал сливки и чай, то понял, что хочет пить чай без сливок.

Недолго думая, он вылил из стакана в кувшин столько же чая со сливками, сколько сначала взял оттуда сливок. Конечно же, при переливании чай от сливок не отделился, и у Винни-Пуха образовались две смеси чая и сливок — в стакане и в кувшине.

Тогда Винни-Пух задумался: чего же получилось больше — чая в кувшине со сливками или сливок в стакане чая? А как думаете вы?

183. Внутренние покои дворца султана Ибрагима ибн-Саида состоят из 100 одинаковых квадратных комнат, расположенных в виде квадрата 10×10 комнат. Если у двух комнат есть общая стена, то в ней обязательно есть ровно одна дверь. А если стена торцевая, то в ней обязательно есть ровно одно окно. Как сосчитать, сколько окон и дверей в покоях Ибрагима ибн-Саида?

184. Перед вами замок «с секретом» (см. рисунок).



Если вы поставите стрелки на нужные буквы, то получите ключевое слово и замок откроется. Какое это слово?

185. В турнире участвовали шесть шахматистов. Каждые два участника турнира сыграли между собой по одной партии. Сколько всего было сыграно партий? Сколько партий сыграл каждый участник? Сколько очков набрали шахматисты все вместе[1]?

186. В турнире участвовали пять шахматистов. Известно, что каждый сыграл с остальными по одной партии и все набрали разное количество очков; занявший 1-е место не сделал ни одной ничьей; занявший 2-е место не проиграл ни одной партии; занявший 4-е место не выиграл ни одной партии.

Определите результаты всех партий турнира (см. сноску к задаче 185).

187. В шахматном турнире участвовали восемь человек и все они набрали разное количество очков. Шахматист, занявший 2-е место, набрал столько же очков, сколько четыре последних вместе. Как сыграли между собой шахматисты, занявшие 3-е и 7-е места (см. сноску к задаче 185)?

188. Можно ли таблицу 5 на 5 заполнить числами так, чтобы сумма чисел в любой строке была положительной, а сумма чисел в любом столбце — отрицательной? Если да, нарисуйте таблицу, если нет, объясните почему.

189. Можно ли расположить фишки в клетках шахматной доски 8×8 (в каждой клетке — не более одной фишки), чтобы во всех

[1] За выигранную партию шахматист получает одно очко, за проигранную — нуль, за ничью оба играющих получают по половине очка.

вертикалях фишек было поровну, а в любых двух горизонталях — не поровну?

190. В клетках таблицы 5×5 стоят ненулевые цифры. В каждой строке и в каждом столбце из всех стоящих там цифр составлены десять 5-значных чисел. Может ли оказаться, что из всех этих чисел ровно одно не делится на 3?

191. Напишите в строку пять чисел, чтобы сумма любых двух соседних чисел была отрицательна, а сумма всех чисел — положительна.

192. Расстояние между Атосом и Арамисом, скачущими по дороге, равно 20 лье. За час Атос покрывает 4 лье, а Арамис — 5 лье. Какое расстояние будет между ними через час?

193. Я иду от дома до школы 30 мин, а мой брат — 40 мин. Через сколько минут я догоню брата, если он вышел из дома на 5 мин раньше меня?

194. На какую цифру оканчивается число 1989^{1989}? А на какие цифры оканчиваются числа 1989^{1992}, 1992^{1989}, 1992^{1992}?

195. Из набора гирек с массами 1, 2, …, 101 г потерялась гирька массой 19 г. Можно ли оставшиеся 100 гирек разложить на две кучки по 50 гирек в каждой так, чтобы массы обеих кучек были одинаковы?

196. Буратино и Пьеро бежали наперегонки. Пьеро весь путь бежал с одной и той же скоростью, а Буратино первую половину пути бежал вдвое быстрее, чем Пьеро, а вторую половину — вдвое медленней, чем Пьеро. Кто победил?

197. У Буратино и Пьеро был велосипед, на котором они отправились в соседнюю деревню. Ехали по очереди, но всякий раз, когда один ехал, другой шёл пешком, а не бежал. При этом они ухитрились прибыть в деревню почти в 2 раза быстрее, чем если бы оба шли пешком. Как им это удалось?

198. Буратино сел в поезд. Проехав половину всего пути, он лёг спать и спал до тех пор, пока не осталось проехать половину того пути, который он проспал. Какую часть всего пути Буратино проехал бодрствующим?

199. Трое туристов должны перебраться с одного берега реки на другой. В их распоряжении старая лодка, которая может выдержать нагрузку всего в 100 кг. Вес одного из туристов 45 кг, второго — 50 кг, третьего — 80 кг. Как должны они действовать, чтобы перебраться на другой берег?

200. Саша гостил у бабушки. В субботу он сел в поезд и приехал домой в понедельник. Саша заметил, что в этот понедельник число совпало с номером вагона, в котором он ехал, что номер его места в вагоне был меньше номера вагона и что в ту субботу, когда он садился в поезд, число было больше номера вагона. Какими были номера вагона и места?

201. Попробуйте расшифровать отрывок из книги «Алиса в Зазеркалье»:

«— БЕРПИ Э ЙДЕМГОКВЭЫ БИБЕО-ЖАКЙПЧ
ЗВЕЛЕ, — ЗБИСИВ ФИВМИУ-КЕВМИУ
ПЕЛЕВЧЖЕ ДГОСГАМОВЧЖЕ, — ЕЖЕ ЕСЖИЬИОМ
МЕВЧБЕ МЕ, ЬМЕ Э ЦЕЬЙ, ЬМЕКЮ ЕЖЕ
ЕСЖИЬИВЕ, — ЖА КЕВЧФО, ЖА ТОЖЧФО».

Текст зашифрован так: десять букв («а», «е», «и», «й», «о», «у», «ы», «э», «ю», «я») разбиты на пары, и каждая из этих букв в тексте заменена второй из пары. Все остальные буквы точно так же разбиты на пары.

202. Найдите ключ к «тарабарской грамоте» — тайнописи, применявшейся ранее в России для дипломатической переписки: «Пайцике тсюг т „камащамлтой чмароке“ — кайпонили, нмирепяшвейля мапее ш Моллии цся цинсоракигелтой неменилти».

203. Вдоль правой стороны дороги припарковано 100 машин. Среди них — 30 красных, 20 жёлтых и 20 розовых мерседесов. Известно, что никакие два мерседеса разного цвета не стоят рядом. Докажите, что тогда какие-то три мерседеса, стоящие подряд, одного цвета.

204. Одним пакетиком чая можно заварить два или три стакана чая. Мила и Таня разделили коробку чайных пакетиков поровну. Мила заварила 57 стаканов чая, а Таня — 83 стакана. Сколько пакетиков могло быть в коробке?

205. В детский сад завезли карточки для обучения чтению: на некоторых написано «МА», на остальных — «НЯ». Каждый ребёнок взял три карточки и стал составлять из них слова. Оказалось, что слово «МАМА» могут сложить из своих карточек 20 детей, слово «НЯНЯ» — 30 детей, а слово «МАНЯ» — 40 детей. У скольких ребят все три карточки одинаковы?

206. На линейке длиной 9 см нет делений. Нанесите на неё три промежуточных деления так, чтобы ею можно было измерять расстояние от 1 до 9 см с точностью до 1 см.

207. Попробуйте составить квадрат из набора палочек: 6 шт. по 1 см, 3 шт. по 2 см, 6 шт. по 3 см и 5 шт. по 4 см. Ломать палочки и накладывать одну на другую нельзя.

208. Даны 16 чисел: 1, 11, 21, 31 и т. д. (каждое следующее на 10 больше предыдущего). Можно ли расставить их в таблице 4×4 так, чтобы разность любых двух чисел, стоящих в соседних по стороне клетках, не делилась на 4?

209. Напишите вместо пропуска число (буквами, а не цифрами!), чтобы получилось истинное предложение:

В ЭТОМ ПРЕДЛОЖЕНИИ ... БУКВ

(к последнему слову, возможно, придётся добавить окончание, чтобы фраза правильно звучала по-русски).

210. Найдите наибольшее шестизначное число, у которого каждая цифра, начиная с третьей, равна сумме двух предыдущих цифр.

211. Найдите наибольшее число, у которого каждая цифра, начиная с третьей, равна сумме двух предыдущих цифр.

212. Расставьте в вершинах пятиугольника действительные числа так, чтобы сумма чисел на концах некоторой стороны была равна 1, на концах некоторой другой стороны была равна 2, ... на концах последней стороны — равна 5.

213. Сколько фунтов зерна нужно смолоть, чтобы после оплаты работы — 10% от помола — осталось ровно 100 фунтов муки? Потерь при помоле нет.

214. Ванна заполняется холодной водой за 6 минут 40 секунд, горячей — за 8 минут. Кроме того, если из полной ванны вынуть пробку, вода вытечет за 13 минут 20 секунд. Сколько времени понадобится, чтобы наполнить ванну полностью, при условии, что открыты оба крана, но ванна не заткнута пробкой?

215. Попробуйте *быстро* найти сумму всех цифр в этой таблице:

7	8	2	6	9	5	4	7	6	9	2	6	2	1	3
3	2	8	4	6	5	6	3	4	1	8	4	8	9	7
6	4	7	5	8	7	3	8	1	8	7	1	5	6	7
4	6	3	5	2	3	7	2	9	2	3	9	5	4	3
1	4	9	2	4	6	9	2	9	6	8	9	5	9	5
9	6	1	8	6	4	1	8	1	4	2	1	5	1	5

216. Для перевозки почты из почтового отделения на аэродром был выслан автомобиль «Москвич». Самолёт с почтой приземлился раньше установленного срока, и привезённая почта была отправлена в почтовое отделение на попутной грузовой машине. Через 30 мин езды грузовая машина встретила на дороге «Москвич», который принял почту и, не задерживаясь, повернул обратно. В почтовое отделение «Москвич» прибыл на 20 мин раньше, чем обычно. На сколько минут раньше установленного срока приземлился самолёт?

217. Группа восьмиклассников решила поехать во время каникул на экскурсию в Углич. Ежемесячно каждый ученик вносил определённое количество рублей (без копеек), одинаковое для всех, и в течение пяти месяцев было собрано 49 685 руб. Сколько было в группе учеников и какую сумму внёс каждый?

218. Первый вторник месяца Митя провёл в Смоленске, а первый вторник после первого понедельника — в Вологде. В следующем месяце Митя первый вторник провёл во Пскове, а первый вторник после первого понедельника — во Владимире. Сможете ли вы определить, какого числа и какого месяца Митя был в каждом из городов?

219. Как-то раз Таня ехала в поезде. Чтобы не скучать, она стала зашифровывать названия разных городов, заменяя буквы их порядковыми номерами в алфавите. Когда Таня зашифровала пункты прибытия и отправления поезда, то с удивлением обнаружила, что они записываются с помощью всего лишь двух цифр: 21221–211221. Откуда и куда шёл поезд?

220. Дорога от дома до школы занимает у Пети 20 мин. Однажды по дороге в школу он вспомнил, что забыл дома ручку. Если теперь он продолжит свой путь с той же скоростью, то придёт в школу за 3 мин до звонка, а если вернётся домой за ручкой, то, идя с той же скоростью, опоздает к началу урока на 7 мин. Какую часть пути он прошёл до того, как вспомнил о ручке?

221. На почтовом ящике написано: «Выемка писем производится пять раз в день с 7 до 19 ч». И действительно, первый раз почтальон забирает почту в 7 ч утра, а последний — в 7 ч вечера. Через какие интервалы времени вынимают письма из ящика?

222. Ковбой Билл зашёл в бар и попросил у бармена бутылку виски за 3 доллара и шесть коробков непромокаемых спичек, цену которых он не знал. Бармен потребовал с него 11 долларов 80 центов (1 доллар = 100 центов), и в ответ на это Билл вытащил револьвер. Тогда бармен пересчитал стоимость покупки и исправил ошибку. Как Билл догадался, что бармен пытался его обсчитать?

223. Школьник сказал своему приятелю Вите Иванову:

— У нас в классе тридцать пять человек. И представь, каждый из них дружит ровно с одиннадцатью одноклассниками...

— Не может этого быть, — сразу ответил Витя Иванов, победитель математической олимпиады.

Почему он так решил?

224. Средний возраст одиннадцати игроков футбольной команды — 22 года. Во время матча один из игроков получил травму и ушёл с поля. Средний возраст оставшихся на поле игроков стал равен 21 году. Сколько лет футболисту, получившему травму?

225. В кабинете со звуконепроницаемыми стенами висят старинные стенные часы, которые бьют каждые полчаса (один удар) и каждый час (столько ударов, сколько показывает часовая стрелка). Однажды, открыв дверь в кабинет, хозяин услышал один удар часов. Через полчаса часы в кабинете пробили ещё раз — опять один удар. Спустя полчаса — ещё один удар. Наконец, ещё через полчаса часы снова пробили один раз.

Какое время показывали часы, когда хозяин входил в кабинет?

226. «То» да «это», да половина «того» да «этого» — сколько это будет процентов от трех четвертей «того» да «этого»?

227. Лиса Алиса и Кот Базилио — фальшивомонетчики. Базилио делает монеты тяжелее настоящих, а Алиса — легче. У Буратино есть 15 одинаковых по внешнему виду монет, но какая-то одна — фальшивая. Как двумя взвешиваниями на чашечных весах без гирь Буратино может определить, кто сделал фальшивую монету — Кот Базилио или Лиса Алиса?

228. Как известно, игры на кубок по футболу проводятся по олимпийской системе: проигравший выбывает, а в случае ничьей проводится повторная игра. В тот год повторных игр не было, а в играх участвовало 75 команд. Сколько было сыграно матчей на кубок?

229. Найдите недостающие числа:

а) 4, 7, 12, 21, 38, … ;   в) 10, 8, 11, 9, 12, 10, 13, … , … ;
б) 2, 3, 5, 9, … , 33;   г) 1, 5, 6, 11, … , 28.

230. Однажды Алиса оказалась в какой-то из двух стран — А или Я. Она знает, что все жители страны А всегда говорят правду, а все жители страны Я — всегда лгут. Притом все они часто ездят в гости друг к другу. Может ли Алиса, задав один-единственный вопрос первому встречному, узнать, в какой из стран она находится?

231. Вы вошли в тёмную комнату. В коробке у вас всего одна спичка. В комнате находятся свеча, керосиновая лампа и готовая к растопке печь. Что вы зажжёте в первую очередь?

232. Федя всегда говорит правду, а Вадим всегда лжёт. Какой вопрос надо было бы им задать, чтобы они дали на него одинаковые ответы?

233. Илья всегда говорит правду, но когда ему задали дважды один и тот же вопрос, он дал на него разные ответы. Какой бы это мог быть вопрос?

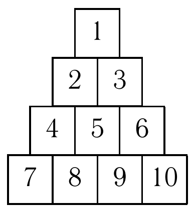
234. Дети держат в руках флажки. Тех, у кого в обеих руках поровну флажков, в 5 раз меньше, чем тех, у кого не поровну. Когда каждый ребёнок переложил по одному флажку из одной руки в другую, тех, у кого в обеих руках поровну флажков, стало в 2 раза меньше, чем тех, у кого не поровну. Могло ли быть так, что в начале более чем у половины детей в одной руке было ровно на один флажок меньше, чем в другой?

235. В чашке, стакане, кувшине и банке находятся молоко, лимонад, квас и вода. Известно, что вода и молоко не в чашке; сосуд с лимонадом стоит между кувшином и сосудом с квасом; в банке не лимонад и не вода; стакан стоит около банки и сосуда с молоком. В какой сосуд налита каждая из жидкостей?

236. Ира, Наташа, Алёша и Витя собирали грибы. Наташа собрала больше всех, Ира не меньше всех, а Алёша — больше, чем Витя. Верно ли, что девочки собрали грибов больше, чем мальчики?

237. Как-то в минуту отдыха друзья-мушкетёры — Атос, Портос, Арамис и д'Артаньян решили померяться силой при перетягивании каната. Портос с д'Артаньяном легко перетянули Атоса с Арамисом. Но когда Портос стал в паре с Атосом, то победа против Арамиса с д'Артаньяном досталась им уже не так легко. Когда же Портос с Арамисом оказались против Атоса с д'Артаньяном, то ни одна из этих пар не смогла одолеть друг друга. Можете ли вы определить, как мушкетёры распределяются по силе?

238. Переложите пирамиду из 10 кубиков (см. рисунок) так, чтобы её форма осталась прежней, но каждый кубик соприкасался только с новыми кубиками.



239. Девять одинаковых воробьёв склёвывают меньше, чем 1001 зёрнышко, а десять таких же воробьёв склёвывают больше, чем 1100 зёрнышек. По скольку зёрнышек склёвывает каждый воробей?

240. В равенстве $101 - 102 = 1$ передвиньте одну цифру так, чтобы оно стало верным.

241. Сможете ли вы найти четыре целых числа, сумма и произведение которых являются нечётными числами?

242. На прямой расположили несколько точек. Затем между каждыми двумя соседними точками поставили ещё по точке, и так несколько раз. Докажите, что после каждой такой операции общее количество точек будет нечётным.

243. На столе лежат три красные палочки разной длины, сумма длин которых равняется 30 см, и пять синих палочек разной длины, сумма длин которых тоже равняется 30 см. Можно ли распилить те и другие палочки так, чтобы потом можно было расположить их парами, причём в каждой паре палочки были бы одинаковой длины, но разного цвета?

244. Три бегуна — Антон, Серёжа и Толя — участвуют в беге на 100 м. Когда Антон финишировал, Серёжа находился в десяти метрах позади него, а когда финишировал Серёжа — Толя находился позади него в десяти метрах. На каком расстоянии друг от друга находились Толя и Антон, когда Антон финишировал? (Предполагается, что все мальчики бегут с постоянными, но, конечно, не равными скоростями.)

245. Когда три подруги — Надя, Валя и Маша — вышли гулять, на них были белое, красное и синее платья. Туфли их были тех же трех цветов, но только у Нади цвета туфель и платья совпадали. При этом у Вали ни платье, ни туфли не были синими, а Маша была в красных туфлях. Определите цвет платьев и туфель каждой из подруг.

246. Обязательно ли среди двадцати пяти «медных» монет (т. е. монет достоинством 1, 2, 3, 5 коп.) найдётся семь монет одинакового достоинства?

247. Около каждой вершины треугольника напишите какие-нибудь числа, возле каждой стороны треугольника напишите сумму чисел, стоящих на концах этой стороны. Теперь каждое число, стоящее около вершины, сложите с числом, стоящим около противоположной стороны. Как вы думаете, почему получились одинаковые суммы?

248. В каждой комнате особняка стояли букеты цветов. Всего было 30 букетов роз, 20 — гвоздик и 10 — хризантем, причём в каждой комнате стоял хотя бы один букет.

При этом ровно в двух комнатах стояли одновременно и хризантемы, и гвоздики, ровно в трех комнатах — и хризантемы, и розы, ровно в четырех комнатах — и гвоздики, и розы. Могло ли в особняке быть 55 комнат?

249. Любую ли сумму из целого числа рублей, больше семи, можно уплатить без сдачи денежными купюрами по 3 и 5 руб.? Почему?

250. Во время стоянки между двумя рейсами матросу исполнилось 20 лет. По этому случаю в кают-компании собрались все шесть членов команды.

— Я вдвое старше юнги и на 6 лет старше машиниста, — сказал рулевой.

— А я на столько же старше юнги, на сколько моложе машиниста, — заметил боцман. — Кроме того, я на 4 года старше матроса.

— Средний возраст команды — 28 лет, — дал справку капитан.

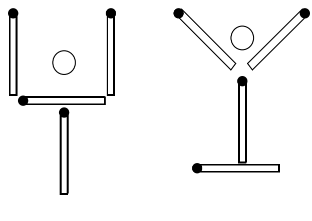
Сколько лет капитану?

251. В классе учится меньше 50 школьников. За контрольную работу седьмая часть учеников получила пятёрки, третья — четвёрки, половина — тройки. Остальные работы были оценены как неудовлетворительные. Сколько было таких работ?

252. Ковбоя Джо приговорили к смертной казни на электрическом стуле. Ему известно, что из двух электрических стульев, стоящих в специальной камере, один неисправен. Кроме того, Джо известно, что если он сядет на этот неисправный стул, казнь не повторится и он будет помилован. Ему известно также, что стражник, охраняющий стулья, через день на все вопросы отвечает правду, а через день — ложь.

Приговорённому разрешается задать стражнику ровно один вопрос, после чего надо выбрать, на какой электрический стул садиться. Какой вопрос Джо может задать стражнику, чтобы наверняка выяснить, какой стул неисправен?

253. И «бокал» (см. левый рисунок), и «рюмка» (см. правый рисунок) составлены из четырех спичек. Внутри каждого «сосуда» — вишенка. Как нужно переместить «бокал» и «рюмку», переложив по две спички в каждом из них, чтобы вишенки оказались снаружи?



254. Дама сдавала в багаж рюкзак, чемодан, саквояж и корзину. Известно, что чемодан весит больше, чем рюкзак; саквояж и рюкзак весят больше, чем чемодан и корзина; корзина и саквояж весят столько же, сколько чемодан и рюкзак. Перечислите вещи дамы в порядке убывания их веса.

255. На клетке b8 шахматной доски написано число -1, а на всех остальных клетках число $+1$. Разрешается одновременно менять знак во всех клетках одной вертикали или одной горизонтали. Докажите, что сколько бы раз мы это ни проделывали, невозможно добиться, чтобы все числа в таблице стали положительными.

256. Чему равна площадь треугольника со сторонами 18, 17, 35?

257. Какую последнюю цифру имеет произведение всех нечётных чисел от 1 до 99? А от 1 до 199?

258. Ваня и Вася — братья-близнецы. Один из них всегда говорит правду, а другой всегда лжёт. Вы можете задать только один вопрос одному из братьев, на который он ответит «да» или «нет». Попробуйте выяснить, как зовут каждого из близнецов.

259. В 100-значном числе 12345678901234...7890, вычеркнули все цифры, стоящие на нечётных местах; в полученном 50-значном числе вновь вычеркнули все цифры, стоящие на нечётных местах, и т. д. Вычёркивание продолжалось до тех пор, пока было что вычёркивать. Какая цифра была вычеркнута последней?

260. Население Китая составляет один миллиард человек. Казалось бы, на карте Китая с масштабом 1 : 1 000 000 (1 см : 10 км) сможет поместиться в миллион раз меньше людей, чем находится на всей территории страны. Однако на самом деле не только 1000, но даже 100 человек не смогут разместиться на этой карте. Можете ли вы объяснить это противоречие?

261. В обыкновенном наборе домино 28 косточек. Сколько косточек содержал бы набор домино, если бы значения, указанные на косточках, изменялись не от 0 до 6, а от 0 до 12?

262. У Володи было гораздо больше орехов, чем у Павлика. Если бы Володя отдал Павлику столько же орехов, сколько у того было, то у обоих мальчиков орехов стало бы поровну. Но вместо этого Володя дал Павлику совсем немного орехов (не больше пяти), а остальные поровну разделил между тремя белками. Сколько орехов Володя дал Павлику?

263. Найдите десять последовательных натуральных чисел, среди которых: а) нет ни одного простого числа; б) одно простое число; в) два простых числа; г) три простых числа; д) четыре простых числа; е) сколько вообще простых чисел может быть среди десяти последовательных натуральных чисел?

264. Вася взял у товарища книгу на три дня. В первый день он прочёл полкниги, во второй — треть оставшихся страниц, а в третий день прочитал половину прочитанного за первые два дня. Успел ли Вася прочитать всю книгу за три дня?

265. Лёня задумал число. Он прибавил к нему 5, потом разделил сумму на 3, умножил результат на 4, отнял 6, разделил на 7 и получил 2. Какое число задумал Лёня?

266. Какие восемь монет нужно взять, чтобы с их помощью можно было бы без сдачи заплатить любую сумму от 1 коп. до 1 руб.?

267. У скольких двузначных чисел сумма цифр равна 10?

268. Директор завода, рассматривая список телефонных номеров и фамилий своих сотрудников, заметил определённую взаимосвязь между фамилиями и номерами телефонов. Вот некоторые фамилии и номера телефонов из списка:

Ачинский	8111	Лапина	6131
Бутенко	7216	Мартьянов	9143
Галич	5425	Ронидзе	7176

Какой номер телефона у сотрудника по фамилии Огнев?

269. Известно, что «медные» монеты достоинством в 1, 2, 3, 5 коп. весят соответственно 1, 2, 3, 5 г. Среди четырех «медных» монет (по одной каждого достоинства) есть одна бракованная, отличающаяся весом от нормальной. Как с помощью взвешиваний на чашечных весах без гирь определить бракованную монету?

270. Как при помощи чашечных весов без гирь разделить 24 кг гвоздей на две части — 9 и 15 кг?

271. Полный бидон с молоком весит 34 кг, а наполненный до половины — 17,5 кг. Сколько весит пустой бидон?

272. Женю, Лёву и Гришу рассадили так, что Женя мог видеть Лёву и Гришу, Лёва — только Гришу, а Гриша — никого. Потом из мешка, в котором лежали две белые и три чёрные шапки (содержимое мешка было известно мальчикам), достали и надели на каждого шапку неизвестного ему цвета, а две шапки остались в мешке.

Женя сказал, что он не может определить цвет своей шапки. Лёва слышал ответ Жени и сказал, что и у него не хватает данных для определения цвета своей шапки. Мог ли Гриша на основании этих ответов определить цвет своей шапки?

273. Из литра молока получают 150 г сливок, а из литра сливок получают 300 г масла. Сколько масла получится из 100 л молока?

274. Сколько существует трехзначных чисел?

275. Разрежьте квадрат на пять треугольников так, чтобы площадь одного из этих треугольников равнялась сумме площадей оставшихся.

276. Десяти собакам и кошкам скормили 56 галет. Каждой кошке досталось 5 галет, а каждой собаке — 6. Сколько было собак и сколько кошек?

277. Один из пяти братьев испёк маме пирог. Никита сказал: «Это Глеб или Игорь». Глеб сказал: «Это сделал не я и не Дима». Игорь сказал: «Вы оба шутите». Андрей сказал: «Нет, один из них сказал правду, а другой обманул». Дима сказал: «Нет, Андрей, ты не прав». Мама знает, что трое из её сыновей всегда говорят правду. Кто испёк пирог?

278. Пять первоклассников стояли в шеренгу и держали 37 флажков. У всех справа от Таты — 14 флажков, справа от Яши — 32, справа от Веры — 20, справа от Максима — 8. Сколько флажков у Даши?

279. На доске написаны шесть чисел: 1, 2, 3, 4, 5, 6. За один ход разрешается к любым двум из них одновременно добавлять по единице. Можно ли за несколько ходов все числа сделать равными?

280. Три ковбоя зашли в салун. Один купил 4 сандвича, чашку кофе и 10 пончиков — всего на 1 доллар 69 центов. Второй купил 3 сандвича, чашку кофе и 7 пончиков на 1 доллар 26 центов. Сколько заплатил третий ковбой за сандвич, чашку кофе и пончик?

281. Известно, что в январе четыре пятницы и четыре понедельника. На какой день недели приходится 1 января?

282. В классе учатся 38 человек. Докажите, что среди них найдутся четверо, родившихся в один месяц.

283. Как, не имея никаких измерительных средств, отмерить 50 см от шнурка, длина которого 2/3 метра?

284. На лужайке росли 35 жёлтых и белых одуванчиков. После того как 8 белых облетели, а 2 жёлтых побелели, жёлтых одуванчиков стало вдвое больше, чем белых. Сколько белых и сколько жёлтых одуванчиков росло на лужайке вначале?

285. В городе Васюки у всех семей были отдельные дома. В один прекрасный день каждая семья переехала в дом, который раньше занимала другая семья. В связи с этим было решено покрасить все дома в красный, синий или зелёный цвет, причём так, чтобы для каждой семьи цвет нового и старого домов не совпадал. Можно ли это сделать? Если да, то как, а если нет, то почему?

286. Поняв принципы, по которым составлены таблички чисел, изображённые на рис. 286.1 и 286.2, в первую табличку вставьте недостающее число, а из второй — уберите лишнее число.

5	625	4
8	8	1
7	?	2
6	216	3

Рис. 286.1

$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{23}{7}$
$3\frac{2}{7}$	$\frac{4}{11}$	0,(3)
0,125	$\frac{5}{13}$	0,(36)

Рис. 286.2

287. По кругу записано больше трех натуральных чисел, сумма которых равна 37. Известно, что суммы любых трех последовательных чисел равны между собой. Какие числа написаны по кругу?

288. Мастер спорта Седов, кандидат в мастера Чернов и перворазрядник Рыжов встретились в клубе перед тренировкой.

— Обратите внимание, — заметил черноволосый, — один из нас седой, другой — рыжий, третий — черноволосый. Но ни у одного из нас цвет волос не совпадает с фамилией. Забавно, не правда ли?

— Ты прав, — подтвердил мастер спорта.

Какого цвета волосы у кандидата в мастера?

289. Гена пошёл с папой в тир. Договорились, что Гена делает 5 выстрелов и за каждое попадание в цель получает право сделать ещё 2 выстрела. Всего Гена сделал 17 выстрелов. Сколько раз он попал в цель?

290. Я купил лотерейный билет, у которого сумма цифр его пятизначного номера оказалась равна возрасту моего соседа. Определите номер этого билета, если известно, что мой сосед без труда решил эту задачу.

291. Представьте число 203 в виде суммы нескольких положительных слагаемых так, чтобы и произведение этих слагаемых было равно 203.

292. При делении некоторого числа m на 13 и 15 получили одинаковые частные, но первое деление было с остатком 8, а второе без остатка. Найдите число m.

293. В семье шестеро детей. Пятеро из них соответственно на 2, 6, 8, 12 и 14 лет старше младшего, причём возраст каждого ребёнка — простое число. Сколько лет младшему?

294. На улице, став в кружок, беседуют четыре девочки: Ася, Катя, Галя и Нина. Девочка в зелёном платье (не Ася и не Катя) стоит между девочкой в голубом платье и Ниной. Девочка в белом платье стоит между девочкой в розовом платье и Катей. Какого цвета платье было надето на каждой из девочек?

295. На числовой прямой отмечены две точки. В каком месте этой прямой расположена точка, соответствующая их среднему арифметическому?

296. Может ли произведение двух чисел быть меньше меньшего из сомножителей?

297. Найдите двузначное число, которое в 5 раз больше суммы своих цифр.

298. Двое часов начали и закончили бить одновременно. Первые бьют через каждые 2 с, вторые — через каждые 3 с. Всего было сделано 13 ударов (совпавшие удары воспринимались за один). Сколько времени прошло между первым и последним ударами?

299. Пять тетрадей — синяя, серая, коричневая, красная и жёлтая — лежали в стопке в определённом порядке. Их разложили на столе в две стопки: сначала верхнюю тетрадь, потом следующую за ней и т. д. В результате в первой стопке оказались: на столе — красная тетрадь, на ней — жёлтая, сверху — серая; во второй: на столе — коричневая тетрадь, на ней — синяя.

Затем тетради собрали в одну стопку в прежнем порядке и вновь выложили на стол, снимая их так же поочерёдно сверху стопки. На этот раз в первой стопке лежали: на столе — коричневая тетрадь, на ней — красная; во второй: на столе — жёлтая тетрадь, на ней — серая, сверху — синяя.

В каком порядке тетради лежали в стопке первоначально?

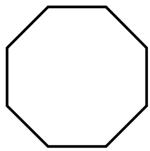
300. Расшифруйте ребус, изображённый на рисунке. Одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, разным — разные.

$$\begin{array}{r} A \\ +\;B\;B \\ A \\ \hline C\;C\;C \end{array}$$

301. Три друга — Пётр, Роман и Сергей — учатся на математическом, физическом и химическом факультетах. Если Пётр математик, то Сергей не физик. Если Роман не физик, то Пётр математик. Если Сергей не математик, то Роман — химик. Сможете ли вы определить специальности каждого?

302. В первом пенале лежат лиловая ручка, зелёный карандаш и красный ластик; во втором — синяя ручка, зелёный карандаш и жёлтый ластик; в третьем — лиловая ручка, оранжевый карандаш и жёлтый ластик. Содержимое этих пеналов характеризуется такой закономерностью: в каждых двух из них ровно одна пара предметов совпадает и по цвету, и по назначению. Что должно лежать в четвёртом пенале, чтобы эта закономерность сохранилась?

303. Квадратный лист бумаги разрезали на шесть кусков в форме выпуклых многоугольников; пять кусков затерялись, остался один кусок в форме правильного восьмиугольника (см. рисунок). Можно ли по одному этому восьмиугольнику восстановить исходный квадрат?



304. В книгах новгородских писцов XV в. упоминаются такие меры жидких тел: бочка, насадка и ведро. Из этих же книг стало известно, что бочка и 20 вёдер кваса уравниваются с тремя бочками кваса, а 19 бочек, насадка и 15,5 ведра уравниваются с двадцатью бочками и восемью вёдрами. Могут ли историки на основании этих данных определить, сколько насадок содержится в бочке?

305. В очереди в школьный буфет стоят Вика, Соня, Боря, Денис и Алла. Вика стоит впереди Сони, но после Аллы; Боря и Алла не стоят рядом; Денис не находится рядом ни с Аллой, ни с Викой, ни с Борей. В каком порядке стоят ребята?

306. Делимое в шесть раз больше делителя, а делитель в шесть раз больше частного. Чему равны делимое, делитель и частное?

307. Припишите к числу 10 справа и слева одну и ту же цифру так, чтобы полученное четырехзначное число делилось на 12.

308. Лиза на 8 лет старше Насти. Два года назад ей было втрое больше лет, чем Насте. Сколько лет Лизе?

309. Может ли сумма трех различных натуральных чисел делиться на каждое из слагаемых?

310. Докажите, что любое простое число, большее трех, можно записать в одном из двух видов: $6n + 1$ либо $6n - 1$, где n — натуральное число.

311. Мальчик лёг спать в 7 ч вечера, поставив будильник так, чтобы он прозвенел в 9 ч утра. Сколько времени проспит мальчик?

312. Делится ли число $11 \times 21 \times 31 \times 41 \times 51 - 1$ на 10?

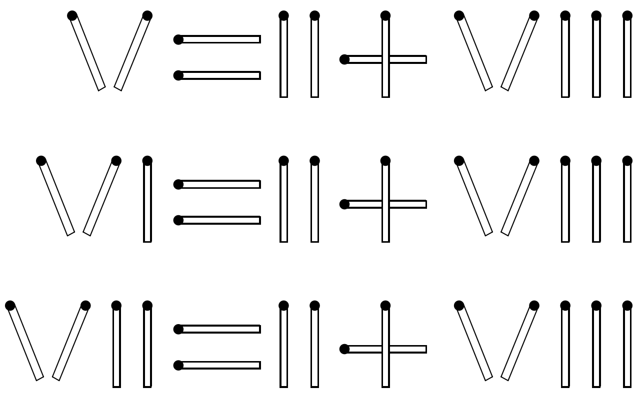
313. Можно ли разлить 50 л бензина по трём бакам так, чтобы в первом баке было на 10 л больше, чем во втором, а после переливания 26 л из первого бака в третий в третьем баке стало столько же бензина, сколько во втором?

314. Изменятся ли частное и остаток, если делимое и делитель увеличить в три раза?

315. Рита, Люба и Варя решали задачи. Чтобы дело шло быстрее, они купили конфет и условились, что за каждую решённую задачу девочка, решившая её первой, получает четыре конфеты, решившая второй — две, а решившая последней — одну.

Девочки говорят, что каждая из них решила все задачи и получила 20 конфет, причём одновременных решений не было. Они ошибаются. Как вы думаете, почему?

316. Из спичек составлены три неверных равенства (см. рисунок).



Переставьте в каждом ряду по одной спичке так, чтобы все равенства стали верными. Можно смещать части формулы без изменения рисунка.

317. Король сказал королеве:

«Сейчас мне вдвое больше лет,
чем было Вам тогда,
когда мне было столько лет,
сколько Вам теперь.
Когда же Вам будет столько лет,
сколько мне теперь,
нам вместе будет шестьдесят три года».

Интересно, сколько лет каждому из них?

318. Бак был полон воды. Эту воду поровну перелили в три бидона. Оказалось, что в первом бидоне вода заняла половину его объёма, во втором бидоне вода заняла 2/3, а в третьем бидоне — 3/4 его объёма. Бак и все три бидона вмещают по целому числу литров.

При каком наименьшем объёме бака возможна такая ситуация?

319. Найдите два числа, сумма, произведение и частное которых равны между собой.

320. Попытайтесь получить миллиард (1 000 000 000), перемножая два целых сомножителя, в каждом из которых не было бы ни одного нуля.

321. Дан квадрат 7×7 клеток. Можно ли так покрасить некоторые клетки, чтобы в любом квадратике 2×2 была ровно одна закрашенная клетка?

322. Существует ли целое число, произведение цифр которого равно 1980? А 1990? А 2000?

323. Найдите хотя бы одно решение неравенства $0{,}05 < x < 0{,}051$.

324. В одной американской фирме каждый служащий является либо демократом, либо республиканцем. После того как один из республиканцев решил стать демократом, тех и других в фирме стало поровну. Затем ещё три республиканца решили стать демократами, и тогда демократов стало вдвое больше, чем республиканцев. Сколько служащих в этой фирме?

325. Найдите два числа, разность и частное которых были бы равны 5.

326. Про заданные семь чисел известно, что сумма любых шести из них делится на 5. Докажите, что каждое из чисел делится на 5.

327. Расшифруйте ребус, изображённый на рисунке. Одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, разным — разные.

$$\begin{array}{r} A \\ +\ A\ B \\ A\ B\ C \\ \hline B\ C\ B \end{array}$$

328. Легко можно разрезать квадрат на два равных треугольника или два равных четырехугольника. А как разрезать квадрат на два равных пятиугольника или два равных шестиугольника?

329. Расшифруйте ребус: $КИС + КСИ = ИСК$.

Одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, разным — разные.

330. Можно ли выложить в ряд все 28 косточек домино согласно правилам игры так, чтобы на одном конце ряда оказалось 5, а на другом 6 очков?

331. Написано 1992-значное число. Каждое двузначное число, образованное соседними цифрами, делится на 17 или на 23. Последняя цифра числа 1. Какова первая?

332. Десять человек захотели основать клуб. Для этого им необходимо собрать определённую сумму вступительных взносов. Если бы организаторов было на пять человек больше, то каждый из них должен был бы внести на 100 долларов меньше. Сколько денег внёс каждый?

333. Какая из трех дробей наибольшая: 3/4, 4/5 или 5/6?

334. На острове живут два племени — аборигены и пришельцы. Известно, что аборигены всегда говорят правду, пришельцы — всегда лгут. Путешественник нанял туземца-островитянина в проводники. По дороге они встретили какого-то человека. Путешественник попросил проводника узнать, к какому племени принадлежит этот человек. Проводник вернулся и сообщил, что человек назвался аборигеном.

Кем был проводник — аборигеном или пришельцем?

335. При каких значениях p все три числа p, $2p+1$ и $4p+1$ будут простыми?

336. На кошачьей выставке каждый посетитель погладил ровно трех кошек. При этом оказалось, что каждую кошку погладили ровно три посетителя. Докажите, что посетителей было ровно столько же, сколько кошек.

337. На кошачьей выставке в ряд сидят 10 котов и 19 кошек, причём рядом с каждой кошкой сидит более толстый кот. Докажите, что рядом с любым котом сидит кошка, которая тоньше него.

338. Найдите двузначное число, которое вдвое больше произведения своих цифр.

339. Среди 40 кувшинов, с которыми атаман разбойников приехал в гости к Али-Бабе, нашлись два кувшина разной формы и два кувшина разного цвета. Докажите, что среди них найдутся два кувшина одновременно и разной формы и разного цвета.

340. Чему равно произведение

$$(1 - 1/4)(1 - 1/9)(1 - 1/16) \ldots (1 - 1/225)?$$

341. Когда «послезавтра» станет «вчера», то «сегодня» будет так же далеко от воскресенья, как тот день, который был «сегодня», когда «вчера» было «завтра». Как вы думаете, какой сегодня день недели?

342. Может ли сумма трех последовательных натуральных чисел быть простым числом?

343. Двадцать рыцарей надели двадцать плащей, и каждому плащ оказался короток. Тогда рыцари, сняв плащи, выстроились по росту. Самый высокий рыцарь взял себе самый длинный плащ, второй взял себе самый длинный плащ из оставшихся и т. д. Рыцарь самого маленького роста взял себе самый короткий плащ. Докажите, что и в этом случае каждому рыцарю плащ окажется короток.

344. Существует ли трехзначное число, равное произведению своих цифр?

345. Пошёл Иван-царевич искать похищенную Кощеем Василису Прекрасную. Навстречу ему Леший.

— Знаю, — говорит, — я дорогу в Кощеево Царство, случалось, ходил туда. Шёл я четыре дня и четыре ночи. За первые сутки я прошёл треть пути — прямой дорогой на север. Потом повернул на запад, сутки продирался лесом и прошёл вдвое меньше. Третьи сутки я шёл лесом, уже на юг, и вышел на прямую дорогу, ведущую на восток. Прошагал я по ней за сутки 100 вёрст и попал в Кощеево царство. Ты ходок такой же резвый, как и я. Иди, Иван-царевич, глядишь, на пятый день будешь в гостях у Кощея.

— Нет, — отвечал Иван-царевич, — если всё так, как ты говоришь, то уже завтра я увижу мою Василису Прекрасную.

Прав ли он? Сколько вёрст прошёл Леший и сколько думает пройти Иван-царевич?

346. Какое число нужно вычесть из числителя дроби 537/463 и прибавить к знаменателю, чтобы после сокращения получить 1/9?

347. На складе хранилось 100 кг ягод, содержание воды в которых составляло 99%. От долгого хранения содержание воды в ягодах сократилось до 98%. Сколько теперь весят ягоды?

348. В сказочной стране Перра-Терра среди прочих обитателей проживают Карабасы и Барабасы. Каждый Карабас знаком с шестью Карабасами и девятью Барабасами. Каждый Барабас знаком с десятью Карабасами и семью Барабасами. Кого в этой стране больше — Карабасов или Барабасов?

349. Король решил уволить в отставку премьер-министра, но не хотел его обидеть. Когда премьер-министр пришёл к королю, тот сказал: «В этот портфель я положил два листа бумаги. На одном из них написано „Останьтесь“, на другом — „Уходи́те“. Листок, который вы сейчас не глядя вытянете из портфеля, решит вашу судьбу».

Премьер-министр догадался, что на обоих листках написано «Уходи́те». Однако ему удалось сделать так, что король его оставил. Как поступил премьер-министр?

350. В небольшом шотландском городке стояла школа, в которой учились ровно 1000 школьников. У каждого из них был шкаф для одежды — всего 1000 шкафов, причём шкафы были пронумерованы числами от 1 до 1000. А ещё в этой школе жили привидения — ровно 1000 привидений. Каждый школьник, уходя из школы, запирал свой шкаф, а ночью привидения начинали играть со шкафами, то отпирая, то запирая их.

Однажды вечером школьники, как обычно, оставили запертыми все шкафы. Ровно в полночь появились привидения. Сначала первое привидение открыло все шкафы; потом второе привидение закрыло те шкафы, номер которых делился на 2; затем третье привидение поменяло позиции (т. е. открыло шкаф, если он был закрыт, и закрыло — если он был открыт) тех шкафов, номер которых делился на 3; следом за ним четвёртое привидение поменяло позиции тех шкафов, номер которых делился на 4 и т. д. Как только тысячное привидение поменяло позицию тысячного шкафа — пропел петух и все привидения срочно убрались восвояси.

Не скажете ли вы, сколько осталось открытых шкафов после посещения привидений?

Подсказки

1. Где будет находиться улитка к концу третьей ночи? А к началу третьей ночи?

2. Какую часть улова составляют 4 щуки?

3. Вспомните задачу 2.

4. Скольких Мышек заменяет Кошка? А Внучка?

5. В старой русской азбуке буквы Ъ, Ь и Ы назывались, соответственно, «ер», «ерь» и «еры».

6. Яд может быть и ядом, и противоядием в зависимости от того, когда он выпит.

7. Попробуйте сложить лист вдвое и вырезать вдоль линии сгиба узкое отверстие. Вы получите узкую дыру с широкими краями. Попробуйте увеличить «длину» краёв за счёт уменьшения их «ширины».

8. Заметьте, чашка, выпитая каждой купчихой, фигурировала в условии задачи дважды — один раз как выпитая с одной подругой, второй раз — с другой.

9. Попробуйте вспомнить, как стоят на книжной полке тома из собрания сочинений.

10. Обратите внимание, за сутки число лотосов удваивается.

11. Заметьте, с помощью двух разных песочных часов можно отмерить не только время, равное их «сумме», но и время, равное их «разности».

12. На сколько частей бревно делится первым распилом? Как изменяется число кусков после каждого следующего распила?

13. Вспомните задачу 12.

14–15. Обратите внимание: чтобы из бублика «сделать» бревно, понадобится один разрез.

16. Заметьте: десять разрезов — это 20 радиусов.

17. Обратите внимание: разрезы могут пересекаться.

18. Сколько чурбачков получили зайцы?

19. Число частей зависит от того, пересекаются ли разрезы между собой внутри блинчика.

20. Помните ли вы, что если фигура имеет центр симметрии, то любая прямая, проходящая через него, делит эту фигуру на две равные части?

21. Заметьте, торт не обязательно должен быть выпуклой фигурой.

22. Вспомните задачу 19.

23. Подумайте, сколько этажей надо пройти, чтобы подняться на второй?

24. Подумайте, какими должны быть первые цифры искомых чисел.

25. Подумайте, какими должны быть две первые цифры числа Поликарпа и две последние цифры Колькиного числа.

26. Любые два числа, стоящие на расстоянии трех клеток друг от друга, равны между собой. Подумайте, почему.

27. Обратите внимание: Колька стирал цифры, а Поликарп записывал числа — однозначные, двузначные, трехзначные.

28. Как вы считаете, чему равно число $В$? А $Д$?

29. Попробуйте поступить как Чук — повесить на каждую ветку по одной игрушке.

30. Обратите внимание: больше чем 22 заготовки получить нельзя. Почему?

31. Подумайте, кого крестьянин может оставить без присмотра.

32–33. Единственный совет — будьте внимательны.

34. Подумайте, почему лишнее «ГГГГ».

35. Подумайте, как стал выглядеть ковёр-самолёт после того, как Змей Горыныч отрезал от него кусок.

36. Подумайте, какой цифре соответствует буква, от которой отходят только знаки «$<$».

37. Подумайте, сколько денег должен был получить Карл, сколько он их получил и почему.

38. Сколько квадратов «добавляет» каждый гном?

39. Не напоминают ли вам эти фигурки почтовые индексы?

40. Заметьте, каждый провод соединяет два аппарата.

41. Обратите внимание: в Гулливерский спичечный коробок должно помещаться 12 лилипутских коробков в ширину, 12 — в длину и 12 — в высоту.

42. Ответ «Из 9 заготовок можно сделать 9 деталей» неверен. Почему?

43. Подумайте, чему равно $А$.

44. Обратите внимание: $100 - 60 < 60$.

45. Попробуйте разделить квадрат на четыре или девять маленьких квадратиков и посмотрите, какова будет сумма периметров этих квадратиков.

46. Обратите внимание: на каждом столбе одно число показывает расстояние от столба до Ёлкина, а другое число — расстояние от столба до Палкина.

47. Подумайте, на сколько отец старше сына.

48. Подумайте, что можно сказать о сумме цифр числа, если сумма цифр предыдущего равна 8.

49. Подумайте, чему может быть равна последняя цифра искомого числа.

50. Попробуйте сначала решить задачу а).

51. Заметьте, $1/2 + 1/3 + 1/9 < 1$.

52. Внимательно прочтите условие.

53. Подумайте, достаточно ли данных в задаче.

54. Подумайте, что дороже: 7×8 шоколадок или 8×8 пачек печенья.

55. Подумайте, нет ли здесь лишних условий.

56. Обратите внимание: первая буква имеет номер либо 2, либо 20.

57. Заметьте, «для вчера завтра» — это «сегодня».

58. Вспомните задачи 32, 33.

59. Эта задача очень похожа на задачу 2, только ещё сильнее запутана.

60. Заметьте, «числа равны» и «числа начинаются с одной и той же буквы» — это два совершенно разных утверждения.

61. Обычно, когда закономерность ищется в буквах, либо это первые буквы слов, либо номера букв в алфавите. Бывают, естественно, и другие закономерности.

67. Вспомните задачу 63.

68. Обратите внимание: содержимое левой руки Петя умножает на чётное число, а содержимое правой — на нечётное. Вспомните задачи 62 и 64.

69. Путешественник может отдать несколько скованных колец, получив при этом сдачу кольцами.

70. Заметьте, номер последней страницы — двузначное число. Почему?

71. Для соединения двух звеньев требуется одно кольцо.

72. Заметьте, с некоторого момента начнёт повторяться группа из восьми пальцев: безымянный, средний, указательный, большой, указательный, средний, безымянный, мизинец.

74. Просуммируйте все партии, сыгранные каждым игроком, и подумайте, какой будет эта сумма — чётной или нечётной. Вспомните задачи 62, 63, 67.

75. Обратите внимание: каждая косточка домино покрывает одну белую и одну чёрную клетку.

76. Из отчёта следует, что в каждой семье обязательно есть девочка. Почему?

77. Заметьте, невозможно одновременно и есть, и спать.

78. Использовали ли вы условие, что результаты в строках и столбцах с одинаковыми номерами равны между собой? Какими могут быть первые цифры в двузначных числах первого столбца? Чему может быть равно первое число первой строки? Чему может быть равно второе число второй строки? Чему может быть равен результат первой строки (и, соответственно, первого столбца)?

79. Вспомните задачу 63.

80. При поиске фальшивой монеты среди трех монет попробуйте положить на каждую чашку весов по одной монете, среди 4 — по две, а среди 9 — по три монеты.

81. Обратите внимание: требуется определить фальшивую монету, при этом вовсе не требуется указывать, легче она, чем настоящие, или тяжелее.

82. Попробуйте взять 1 монету из первого мешка, 2 — из второго, 3 — из третьего, ..., 10 — из последнего и взвесить их.

83. Заметьте, после каждого нечётного хода конь находится на белой клетке, после каждого чётного — на чёрной.

84. Вспомните задачу 78.

85. Чему равны вторая и четвёртая цифры частного? Чему равны первая и последняя цифры частного?

86. Попробуйте перевернуть первые три монеты.

87. Заметьте, что на шахматной доске из 25 клеток количество белых и чёрных клеток неодинаково. Вспомните задачу 83.

88. Подумайте, что можно сказать о величине того солдатика, который стоит на одной горизонтали с самым маленьким из больших и на одной вертикали с самым большим из маленьких.

89. Вспомните задачи 62, 40.

90. Попробуйте составить уравнение.

91. Обратите внимание, меньше чем за 25 мин подковать всех лошадей нельзя. Почему?

92. Попробуйте выразить разницу покупок двух дам «в маленьких птицах».

93. Подумайте, почему Мартовский Заяц не может быть вором.

94. Заметьте, разность между количествами букв М и О не меняется при добавлении или удалении разрешённых буквосочетаний.

95. Обратите внимание на остатки от деления каждого из этих чисел на 2, на 3 и т. д.

96. Вспомните задачи 62 и 64.

97. Обратите внимание: число, оканчивающееся на 3, нечётно.

98. Подумайте, можно ли взять зёрнышко из мешка, на котором написано «Мак».

99. Попробуйте за пять попыток определить, к какому из 6 чемоданов подходит первый ключ.

100. Подумайте, сколько в избушке Мудрых Сов и Усатых Тараканов вместе? А сколько Говорящих Котов и Усатых Тараканов вместе?

101. Поскольку все требования завещателя выполнить невозможно, придётся выполнять только часть из них. В зависимости от того, какую именно часть вы выполните, будет принят тот или иной способ дележа.

102. Обратите внимание: сумма номеров на обеих сторонах любого листа нечётна.

103. Подумайте о соотношении чётных и нечётных чисел среди написанных семи.

104. Попробуйте составить систему уравнений, хотя эту задачу можно решить, не составляя уравнений.

105. Можно ли срывать плоды так, чтобы число бананов на яблоне стало чётным? Вспомните задачи 62–63.

106. Обратите внимание: после удара Ивана-царевича у Змея Горыныча ничего не вырастает только тогда, когда Иван-царевич отрубает ему две головы.

107. Помните ли вы, что если в группу чисел добавить число, равное среднему арифметическому этой группы, то среднее арифметическое новой группы будет равно среднему арифметическому начальной группы?

108. Почему первая цифра второго сомножителя не может быть равна 1? Почему она не может быть больше 3? Почему первая цифра первого сомножителя равна 2? Почему первая цифра первого промежуточного результата равна 2? Почему вторая цифра второго сомножителя равна 9? Почему первая цифра второго промежуточного результата равна 8? Почему вторая цифра первого сомножителя равна 8?

109. Попробуйте сначала определить, как расположены фигуры по цвету, не обращая внимание на их форму.

110. Попробуйте доказать, что число вертикально лежащих косточек, «начинающихся» в верхнем горизонтальном ряду, чётно.

111. Заметьте, из условия следует, что за день 20 чёрных коров и 15 рыжих дают столько же молока, сколько 12 чёрных и 20 рыжих.

112. С кем катается Люся Егорова — самая высокая среди девочек?

113. Попробуйте определить сумму чисел в ряду, тогда вы сможете расставить по местам несколько чисел. Затем попробуйте определить, какое число стоит в центральной клетке.

114. Обратите внимание: все числа 60, 30, 20, 15 — делители числа 60.

115–122. Попробуйте написать формулу, при подставлении в которую любых пяти одинаковых цифр получается 1.

123. Обратите внимание: продавец не потерпел бы никакого урона, если бы не было фальшивой 100-рублёвки.

126. Заметьте, в комнате находятся пяти- и шестиногие существа, у которых в сумме 39 ног.

127. Попробуйте найти цифры числа, которое взял Незнайка.

128. Подумайте, сколько может быть синих карандашей.

129. Обратите внимание на сомножители, который скрыты за многоточием.

130. Заметьте, когда из книги выпадает часть, то первая из выпавших страниц имеет нечётный номер, а последняя — чётный.

131. Можно, конечно, составить систему уравнений, но лучше попробуйте обойтись без этого.

132. Попробуйте поставить на одну чашку весов гирю в 1 кг и уравновесить весы.

133. Заметьте, в тетради написано сто утверждений, каждые два из которых противоречат друг другу.

135. Попробуйте представить условия задачи системой уравнений.

136. Попробуйте начать с деления песка на две равные части.

137–138. Вспомните, p — простое число, т. е. не делится ни на что, кроме единицы и самого себя.

139. Заметьте, при делении числа на 7 возможны только 7 разных остатков.

140. Обратите внимание: при делении числа на 5 возможны только 5 разных остатков.

141. Обратите внимание: номер дня, когда все трое пришли в кинотеатр, должен одновременно делиться на 3, на 5 и на 7.

142. Вспомните, если к равным числам прибавить одно и то же число, равенство не изменится.

143. Заметьте, каждый гимназист знает хотя бы один древний язык.

144. Попробуйте рассмотреть набор из равных, но не кратных 7, чисел.

145. Вспомните задачу 62.

146. Обратите внимание: числа, от которых мы вычисляем 10%, разные.

147. Вспомните задачу 62.

148. Обратите внимание: первая буква —либо Б, либо Ф.

149. Заметьте, первые 10 простых чисел составят 16-значное число.

150. Подумайте, сколько надо шариков, чтобы выполнить условие задачи.

151—152. Заметьте, в обоих случаях нам не дано никаких ограничений на форму кусков, определено только их количество.

153. Попробуйте умножать исходное число на 2 до тех пор, пока первая цифра результата не станет равна 7.

154. Подумайте, могут ли быть кратны 7 обе части равенства?

155. Заметьте, общее количество собранных грибов равно произведению числа ребят на число грибов в каждой корзинке.

156. Обратите внимание: сумма цифр числа M не может содержать больше пяти знаков и должна делиться на 9.

157. Сколько времени займёт путь в один конец на автобусе? А сколько — путь в один конец пешком?

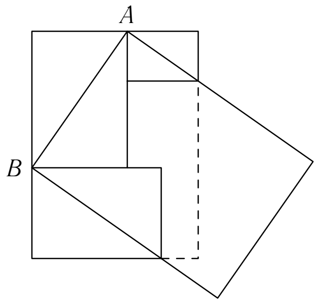
158. Подумайте, когда у Коли день рождения.

159. Попробуйте рассмотреть шесть самых маленьких натуральных чисел: 1, 2, … , 6. Обратите внимание: среди искомых чисел не должно быть равных.

160. Заметьте, обычно всякому делителю m соответствует «парный делитель» — M/m.

162. Попробуйте представить условия задачи системой уравнений.

163. Попробуйте сделать дополнительное построение, как показано на рисунке.



164. Попробуйте представить условие задачи системой уравнений. Подумайте, как решить эту задачу, не составляя системы уравнений.

166. Попробуйте заменить в первой строке БУТЫЛКУ на её эквивалент в ЧАШКАХ и СТАКАНАХ (см. третью строку).

167. *Вариант* 1 (см. рис. 167.1 в задачах). Попробуйте определить, на каких местах расположены косточки-дубли.

Вариант 4 (см. рис. 167.4 в задачах). Где расположена косточка 4—2? Могут ли во второй строке находиться косточки 0—1 и 5—6? Могут ли в первой строке лежать косточки 1—2 и 4—5? Могут ли во второй строке лежать косточки 2—5 и 1—4? Может ли косточка 1—1 стоять во втором столбце? А может ли косточка 5—5 стоять в седьмом столбце? Где расположена косточка 0—6? Могут ли косточки 6—3 и 3—0 находиться в третьей или четвёртой строках?

168. Какой буквой зашифрован нуль? Может ли буква «а» обозначать нечётное число (см. последнюю строку на рисунке к задаче 168)? Может ли «а» быть равно 2 (см. первую строку на рисунке)?

169. Заметьте, все числа отрицательными быть не могут.

170. Обратите внимание: эта задача очень похожа на предыдущую, но есть существенное отличие.

171. Подумайте, может ли в комнате быть два красных шара.

172. Подумайте, из каких цифр состоит это число.

173. Попробуйте сосчитать сумму. Вспомните Карла Гаусса.

174. Вспомните задачу 12.

176. Чему равен интервал между двумя соседними ударами? Вспомните задачу 12.

178. Половина от половины — четверть.

179. В одном кубическом километре — миллиард кубических метров.

180. Обратите внимание, на каждого едока приходится по 4 лепёшки.

181. Не напоминают ли вам элементы ключа уменьшенные фрагменты основного рисунка?

182. Заметьте, общий объём жидкости в стакане не изменился.

183. Обратите внимание, во дворце султана 4 наружных стены и 18 внутренних перегородок.

184. В первом кружке стрелку надо поставить на букву Б. Почему?

185. Вспомните задачу 40.

186. Догадались ли вы воспользоваться результатами предыдущей 185-й задачи? Как сыграли между собой первый и второй игроки (т. е. игроки, занявшие 1-е и 2-е места)? Как сыграли между собой первый и четвёртый игроки? Может ли второй игрок набрать больше чем 2,5 очка? Может ли второй игрок набрать меньше чем 2,5 очка? Как закончились все игры первого и второго игроков? Может ли третий игрок набрать больше 2 очков? Может ли третий игрок набрать меньше 2 очков? Сколько очков набрал четвёртый игрок? Сколько очков набрал пятый игрок?

187. Может ли второй игрок (т. е. игрок, занявший 2-е место) набрать меньше чем 6 очков? Может ли второй игрок набрать больше чем 6 очков?

188. Попробуйте сосчитать сумму всех чисел в таблице.

189. Как ни странно, это можно сделать.

190. Вспомните признак делимости на 3.

191. Обратите внимание: сумма положительных чисел должна быть по модулю больше, чем сумма отрицательных.

192. Заметьте, ничего не сказано о том, в одну или разные стороны скачут мушкетёры.

193. Можно, конечно, составить уравнение, но попробуйте обойтись без этого.

194. Попробуйте определить, каковы последние цифры у чисел 9^{1989}, 9^{1992}, 2^{1989}, 2^{1992}.

195. Попробуйте начать с того, чтобы положить в первую кучку гирьки массой 101 и 1 г, а во вторую — массой 100 и 2 г.

196. Заметьте, на вторую половину пути Буратино потратил ровно столько времени, сколько Пьеро потратил на весь.

197. Попробуйте организовать путешествие так, чтобы и Буратино и Пьеро ровно полдороги проехал на велосипеде.

198. Можно, конечно, представить условие задачи в виде уравнения, но лучше обойтись без этого.

199. Туристы могут начать с того, что двое с меньшим весом садятся в лодку и переправляются на противоположный берег, после чего один из них пригоняет лодку обратно. Вспомните задачу 31.

200. Заметьте, номер одного и того же вагона в субботу был меньше числа, а в понедельник равен числу.

201. Попробуйте применить метод, которым пользовался Шерлок Холмс, расшифровывая «пляшущих человечков».

202. Известный венгерский математик Д. Пойа в таких случаях предлагал смотреть на условие задачи до тех пор, пока решение само не придёт в голову:

Найдите ключ к «тарабарской грамоте» - тайнописи, применявшейся ранее в России для дипломатической переписки:

Пайцике тсюг т «камащамлтой чмароке» - кайпонили, нмиpепяшвейля мапее ш Моллии цся цинсоракигелтой неменилти.

203. Вспомните задачу 12.

204. Обратите внимание: для того, чтобы заварить 57 стаканов, необходимо иметь не меньше чем $(57:3)$ и не больше чем $(57:2)$ пакетиков.

205. Заметьте, карточек у каждого ребёнка 3, а различных надписей на них — 2.

206. Попробуйте нанести первое деление в точке «1 см».

207. Попробуйте определить длину стороны искомого квадрата.

208. Обратите внимание: разность чисел в соседних клетках может быть 10, 30, 50 и т. д. и не может быть 20, 40, 60 и т. д.

209. Обратите внимание: сейчас в предложении двадцать букв.

210. Заметьте, когда в двух числах количество цифр совпадает, то больше будет то, у которого больше первая цифра.

211. Заметьте, из двух чисел больше то, в котором больше цифр.

212. Попробуйте составить уравнение.

213. Подумайте, какую часть оплата будет составлять не от первоначальной выручки, а от окончательной.

214. Можно, конечно, представить условие задачи в виде уравнения, но лучше обойтись без этого.

215. Обратите внимание, ведь нигде не сказано, что нельзя изменить порядок суммирования.

216. За сколько минут до предполагавшегося по расписанию момента посадки самолёта автомобиль «Москвич» встретился на дороге с грузовиком?

217. Заметьте, за один месяц ребята собрали денег в 5 раз меньше, чем за пять месяцев. Вспомните задачу 155.

218. Почему тот месяц, в который Митя был в Смоленске и в Вологде, начинался во вторник?

219. Обратите внимание: название города, из которого шёл поезд, может состоять только из букв с номерами 1, 2, 11, 12, 21, 22.

220. На сколько времени больше Петя потратит на весь путь, если он вернётся домой за ручкой, чем потратил бы, если бы не возвращался?

221. Сколько будет интервалов между выемками писем? Вспомните задачу 12.

222. Обратите внимание: Билл купил 6 коробков спичек.

223. Вспомните задачу 89.

224. Чему равна общая сумма возрастов 11 игроков команды?

225. Подумайте, в какое время суток часы будут бить три раза подряд через каждые полчаса по одному удару.

226. Заметьте, «то» да «это» плюс половина «того» да «этого» получится полтора «того» да «этого».

227. Обратите внимание: от Буратино вовсе не требуется узнать, какая именно монета фальшивая. Требуется только, чтобы он определил, кто сделал эту монету — Кот Базилио или Лиса Алиса, или, что то же самое, тяжелее фальшивая монета, чем настоящие, или легче.

228. Обратите внимание: после проигрыша команда выбывает.

229. Вспомните задачи 32, 33, 58.

230. Попробуйте найти такие вопросы, на которые все люди, находящиеся в данный момент в стране А, ответят одинаково, а затем среди этих вопросов выберите такие, на которые в стране Я ответят тоже одинаково, но по-другому.

232. Вспомните задачу 230.

233. Вспомните задачи 230 и 232.

234. Обратите внимание: если у ребёнка было поровну флажков в обеих руках, то после перекладывания у этого ребёнка флажков станет не поровну.

235. Что находится в банке? А в чашке?

236. Заметьте, Ира собрала грибов не меньше, чем Витя.

237. Обратите внимание: четыре мушкетёра могут тремя различными способами разбиться на пары: (1, 2)–(3, 4); (1, 3)–(2, 4); (1, 4)–(2, 3). Здесь цифрами обозначен номер места, которому соответствует сила каждого мушкетёра.

238. Подумайте, какие кубики можно поставить в центр пирамиды, какие — в вершины.

239. Заметьте, воробей может склевать только целое число зёрнышек.

241. Вспомните задачи 63 и 65.

242. Обратите внимание: каждый раз число добавляемых точек на 1 меньше, чем число тех, которые были.

243. Попробуйте сложить синюю и красную палки длиной по 30 см и сравните их между собой.

244. Заметьте, скорость Толи составляет 9/10 от скорости Серёжи.

245. У Вали белые туфли — почему? Вспомните задачу 235.

246. Подумайте, сколько будет монет, если каждого из четырех типов монет не более шести?

248. Подумайте, в скольких комнатах стоит два букета.

249. Попробуйте рассмотреть три случая: а) сумма кратна 3; б) при делении на 3 сумма даёт остаток 1; в) при делении на 3 сумма даёт остаток 2.

250. Чему равна сумма возрастов всех членов команды? Сколько лет боцману? Сколько лет юнге и машинисту вместе? А сколько лет каждому из них? Сколько лет рулевому?

251. Обратите внимание: число школьников, получивших ту или иную оценку всегда целое.

252. Вспомните задачи 230, 232, 233.

254. Попробуйте записать условие задачи в виде системы неравенств. Вспомните задачу 237.

255. Обратите внимание: при перемене знаков в строке или столбце произведение всех чисел в таблице не меняется.

257. Заметьте, среди чисел, входящих в произведение, есть оканчивающиеся на 5.

258. Вспомните задачи 230, 232, 233, 252.

259. Чем характеризуются порядковые номера цифр, оставшихся после первого вычёркивания? А после второго?

260. Обратите внимание: речь идёт не о линейных размерах, а о площади.

261. Попробуйте понять, почему в стандартном наборе домино именно 28 косточек.

262. Первоначально орехов у Володи было в 3 раза больше, чем у Павлика. Почему?

263. Обратите внимание: среди десяти последовательных натуральных чисел (больших 5) обязательно пять чётных, а из нечётных одно кратно 5.

264. Какую часть книги Вася прочёл во второй день?

265. Попробуйте составить уравнение для определения искомого числа.

266. Попробуйте разбить эту задачу на две: сначала найдите монеты, при помощи которых можно заплатить любую сумму от 1 до 10 коп., а затем — монеты, при помощи которых можно заплатить 10, 20, … , 90 коп.

268. Подумайте, что может означать первая цифра телефона? Какие два числа получаются из трех оставшихся цифр?

269. Попробуйте сделать два взвешивания: при первом на одну чашку весов положите монеты достоинством в 2 и 3 коп., а на другую — в 5 коп.; при втором на одну чашку весов положите монеты в 1 и 2 коп., а на другую — в 3 коп.

270. Попробуйте отвесить сначала 12 кг, затем — 6 кг, затем — 3 кг.

271. На сколько удвоенный вес бидона, наполненного до половины, больше, чем вес полного бидона?

272. При каком условии Женя может определить цвет своей шапки?

273. Сколько сливок получится из 100 л молока?

275. Попробуйте разрезать квадрат по диагонали.

276. Сколько понадобилось бы галет, если бы все животные были собаками?

277. Один из двоих — Дима или Андрей — говорит неправду. Как это определить? И Игорь тоже говорит неправду. Как это определить?

278. Заметьте, чем больше флажков справа от первоклассника, тем «левее» его место в шеренге.

279. Обратите внимание: после любого хода сумма написанных чисел остаётся нечётной. Вспомните задачу 63.

280. Сколько стоят 8 сандвичей, 2 чашки кофе и 20 пончиков? А сколько — 9 сандвичей, 3 чашки кофе и 21 пончик?

281. Заметьте, ни 1-е, ни 2-е, ни 3-е января не могут приходиться ни на понедельник, ни на пятницу.

282. Вспомните задачу 246.

283. Попробуйте отрезать четверть шнурка.

284. Сколько одуванчиков осталось на лужайке после того, как 8 белых облетели?

285. Попробуйте условно разбить все семьи города на цепочки так, чтобы после каждой семьи в цепочке стояла та, в дом которой предыдущая семья переехала.

286. Заметьте, в каждой строке первой таблицы стоят основание степени, показатель и результат; во второй таблице собраны пары равных чисел.

287. Попробуйте рассмотреть два случая: а) количество записанных чисел не кратно 3; б) количество записанных чисел кратно 3.

288. Вспомните задачи 109, 235, 245.

289. Сколько выстрелов Гена заслужил попаданиями в цель?

290. Заметьте, в билете не может быть двух неравных цифр.

291. Попробуйте разложить число 203 на множители.

292. Как определить, на сколько остаток от деления на 15 больше, чем остаток от деления на 13, если известно, чему равно частное?

293. Может ли возраст младшего ребёнка быть чётным числом?

294. Вспомните задачи 109, 235, 245, 288.

296. Попробуйте рассмотреть произведение любых двух положительных чисел, меньших 1.

297. Обратите внимание: искомое число должно делиться на 5.

298. Сколько раз пробьют часы за первые 6 с?

299. Может ли в исходной стопке серая тетрадь лежать выше жёлтой, а жёлтая — выше красной?

300. Чему равно С?

301. Подумайте, может ли Роман быть математиком. Вспомните задачи 109, 235, 245, 288, 294.

302. Подумайте, может ли в четвёртом пенале лежать лиловая ручка.

303. Могут ли какие-нибудь два многоугольника граничить друг с другом больше, чем по одной стороне?

304. Попробуйте записать условие задачи в виде системы уравнений.

305. Вспомните задачи 109, 245, 294.

306. Чему равно частное?

307. Обратите внимание: полученное число должно одновременно делиться и на 4, и на 3.

308. Подумайте, сколько лет было девочкам два года назад.

309. Заметьте, условие задачи равносильно условию, что сумма любых двух из этих чисел делится на третье.

310. Какие остатки при делении на 6 может давать простое число, большее трех?

311. Подумайте, когда должен прозвенеть будильник.

312. Чему равна последняя цифра произведения?
313. Заметьте, если бы такое переливание было возможно, то во втором баке должно было быть больше чем 26 л бензина.
314. Попробуйте рассмотреть два случая: а) остаток равен нулю; б) остаток не равен нулю.
315. Заметьте, за решение каждой задачи все три девочки вместе получали 7 конфет.
317. Попробуйте обозначить через x возраст короля «тогда», через y возраст королевы «тогда» и составить систему уравнений. Подумайте, как решить эту задачу, не составляя системы уравнений.
318. Обратите внимание: и объём бака, и объёмы всех бидонов являются целыми числами. Вспомните задачу 251.
319. Попробуйте представить условия задачи в виде системы уравнений.
320. Попробуйте рассмотреть делители числа 1 000 000 000.
322. Эту задачу можно сформулировать иначе: «Можно ли разложить числа 1980, 1990, 2000 на однозначные сомножители?»
323. Заметьте, у этого неравенства очень много решений.
324. Попробуйте представить условия задачи в виде системы уравнений.
325. Заметьте, если одно число больше другого в 5 раз, то их разность в 4 раза больше меньшего из чисел.
326. Попробуйте доказать, что сумма всех семи чисел делится на 5.
327. Вспомните задачи 78, 84, 300.
328. Подумайте, будут ли искомые многоугольники выпуклыми.
329. Из вида первых цифр всех трех чисел следует, что $K < И$. Почему?
330. Обратите внимание: в наборе косточек домино имеется чётное число пятёрок (8 штук).
331. Попробуйте рассмотреть все двузначные числа, делящиеся на 17 или 23. Вспомните задачу 72.
332. Попробуйте представить условие задачи в виде системы уравнений. Подумайте, как решить эту задачу, не составляя системы уравнений.
333. Попробуйте привести дроби к общему знаменателю.
334. Подумайте, что ответил проводнику повстречавшийся человек.
335. Подумайте, какие остатки дают все три числа при делении на 3.
336. Вспомните задачу 223 и мысленно натяните ниточки между каждой кошкой и погладившим её посетителем.

337. Вспомните задачи 12 и 336.

338. Попробуйте составить уравнение для определения искомого числа.

339. Попробуйте рассмотреть два кувшина разной формы.

340. Обратите внимание: в каждой скобке заключена разность квадратов.

341. Подумайте, сколько дней отделяет «сегодня» от того дня, когда «послезавтра» станет «вчера».

342. Вспомните задачу 335.

343. Попробуйте сначала выстроить по росту рыцарей, а потом уже распределять «по росту» плащи.

344. Вспомните задачу 338.

345. Попробуйте начертить путь Лешего.

346. Заметьте, $537 + 463 = 1000$.

347. Заметьте, вначале в ягодах содержался 1 кг «сухого вещества».

348. Вспомните задачу 336.

349. Вспомните задачи 230, 232, 233, 252.

350. Вспомните задачу 160.

Решения

1. Часто получают в ответе 10 суток, рассуждая так: за сутки улитка поднимается на 1 м, следовательно, на высоту 10 м она поднимется через 10 суток. Но при этом забывают, что к концу дня улитка бывает значительно выше, чем к концу ночи.

К концу пятых суток улитка окажется на высоте 5 м, а к началу шестой ночи — на высоте 10 м. Значит, вершины столба улитка достигнет за пять с половиной суток.

2. Часто получают в ответе 6 щук, рассуждая так: улов состоит из четырех щук и ещё половины от четырех щук, следовательно, улов — 6 щук. Это неверно. Поскольку 4 щуки составляют половину улова, то весь улов — 8 щук.

3. Задача аналогична предыдущей. *Ответ*: 3 кг.

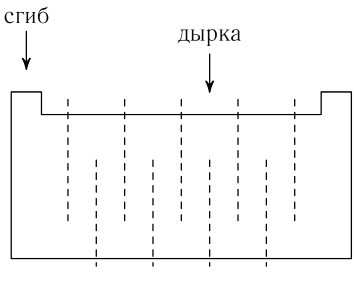
4. Кошка заменяет 6 Мышек. Жучка заменяет 5×6 Мышек. Внучка заменяет $4 \times 5 \times 6$ Мышек. Бабка заменяет $3 \times 4 \times 5 \times 6$ Мышек. Дедка заменяет $2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6$ Мышек. Итого потребуется: $(2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6) + (3 \times 4 \times 5 \times 6) + (4 \times 5 \times 6) + (5 \times 6) + 6 + 1 = 1237$ Мышек.

5. КОМ + ПЬЮТ + ЕР = КОМПЬЮТЕР.

6. В зависимости от того, когда выпит яд, он может служить и ядом, и противоядием. Иванушка дал Кощею простой воды, поэтому яд № 10, выпитый Кощеем как противоядие, подействовал как яд.

Перед тем как выпить яд № 10, который дал Кощей, Иванушка выпил любой другой яд, поэтому Кощеев яд стал противоядием.

7. Нужно сложить лист вдвое, вырезать вдоль линии сгиба узкое отверстие, а затем сделать много прямолинейных разрезов так, как показано на рисунке. Первый разрез делает «дырку», а остальные увеличивают длину «краёв» этой дырки.



8. Чашка, выпитая каждой купчихой, учитывалась дважды — один раз как выпитая с одной подругой, второй — с другой. Если мы сложим все учтённые чашки, то получим удвоенную сумму выпитых чашек. Значит, нужно разделить эту сумму пополам. *Ответ*: 20 чашек.

9. Обратите внимание: когда тома стоят на полке по порядку, то первая страница 1-го тома прикасается к последней странице 2-го тома, а последняя страница 4-го тома прикасается к первой странице 3-го тома. Таким образом, червячок прогрыз только 2-й и 3-й тома, т. е. 400 страниц.

10. Если вы прочтёте условие задачи внимательно, то поймёте, что озеро было заполнено наполовину через 29 суток. За сутки до того, как озеро заполнится, оно будет заполнено ровно наполовину.

11. «Включим» одновременно двое часов. Когда 7-минутные часы пересыпятся, перевернём их и дадим сыпаться 4 минуты, до окончания пересыпания 11-минутных часов. Если теперь перевернуть 7-минутные часы, они будут сыпаться ровно 4 минуты, а всего часы «сыпались» 15 минут, что и требовалось.

12. Чурбачков всегда на 1 больше, чем распилов, поскольку первый распил делит бревно на две части, а каждый следующий прибавляет ещё один чурбачок. *Ответ*: 11 чурбачков.

13. Из каждого бревна получается на 1 чурбачок больше, чем сделано распилов. Раз чурбачков на 6 больше, значит, было 6 брёвен.

14. Когда на части режут бублик, число разрезов и число секторов совпадают, поскольку один разрез нужен для того, чтобы «сделать» из бублика бревно.

15. См. решение задачи 14.

16. Десять разрезов — это 20 радиусов, которые делят круглый торт на 20 секторов.

17. Это могло получиться, если в первом случае разрезы не пересекались между собой, а во втором — пересеклись. Например, если в первом случае разрезы были параллельны друг другу, а во втором — перпендикулярны.

18. Зайцы получили 12 чурбачков — 10 упавших и 2 закреплённых. Значит, распилов было 11.

19. Проведём в блинчике три прямые и рассмотрим точки их пересечения. В зависимости от того, где будут расположены эти точки, получится то или иное количество частей. Чтобы получить 4 части, надо все три точки расположить вне блинчика (рис. 19.1). Перенос одной из этих точек из-за границы блинчика внутрь добавляет одну часть. Так, чтобы получить 5 частей, надо одну точку перенести внутрь блинчика (рис. 19.2), 6 — ещё одну точку перенести внутрь блинчика (рис. 19.3), 7 — все три точки пересечения расположить внутри блинчика (рис. 19.4).

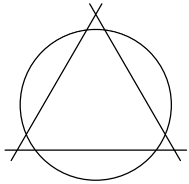


Рис. 19.1

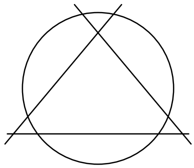


Рис. 19.2

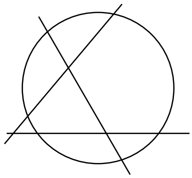


Рис. 19.3

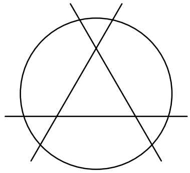
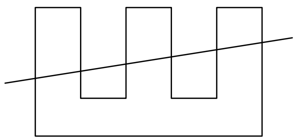


Рис. 19.4

20. Если фигура имеет центр симметрии, то любая прямая, проходящая через него, делит эту фигуру на две равные части. Поэтому для того чтобы одновременно разрезать и торт и шоколадку на две равные части, надо провести прямую через центр торта и центр шоколадки.



21. Если бы торт был выпуклой фигурой, этого сделать было бы нельзя, но ведь нигде не сказано, что он должен быть таким. Можно, например, испечь торт в виде буквы «Ш» и разрезать так, как показано на рисунке.

22. Если из трех прямых каждые две пересекаются внутри блинчика, получится 7 кусков (см. рис. 19.4). Если же из этих прямых какие-нибудь две параллельны или пересекаются за пределами блинчика, то кусков будет меньше.

23. Для того чтобы подняться на 2-й этаж, надо пройти 1-й этаж, а для того чтобы подняться на четвёртый — надо пройти три этажа. Итак, *ответ*: в 3 раза (а вовсе не в 2, как кажется сначала).

24. В число Поликарпа будут входить цифры 1, 3, 5, 7, 9. Для того, чтобы оно было наибольшим, надо цифры в нём записать строго в обратном порядке: 97531. В Колькино же число войдут пять цифр 9, и его число будет 99 999.

25. Если действовать так же, как в предыдущей задаче, Поликарп должен был бы составить число 02 468, но первая цифра не может быть нулём, так что Поликарп составил число 20 468. Попробуем найти Колькино число. Оно больше, чем число Поликарпа, но состоит из тех же цифр. Первые три цифры изменить нельзя, поскольку тогда разность между числами Кольки и Поликарпа будет больше 100. Заменить можно только 4-ю цифру, причём менять её можно только на пятую, иначе опять разность будет больше 100. Значит, Колькино число 20 486.

26. Поскольку сумма чисел, стоящих в любых трех соседних клетках, постоянна, значит, равны между собой все числа, стоящие на местах 1, 4, 7, ... , т. е. на этих местах стоит 6. Также равны между собой все числа, стоящие на местах 3, 6, 9, ... , значит, на всех этих местах стоит 4. Числа, стоящие на местах 2, 5, 8, ... тоже равны между собой и должны быть равны 5, чтобы соблюдалось условие о сумме 15. Окончательное решение приведено в таблице.

6	5	4	6	5	4	6	5	4	6	5	4	6	5	4

27. Из 500 цифр, стёртых Колькой, на однозначные числа уйдёт 9 цифр, значит, на остальные останется 491 цифра. На двузначные числа уйдёт $90 \times 2 = 180$ цифр, значит, на остальные останется 311 цифр. Из этого количества цифр получится 103 трехзначных числа и ещё две цифры от 104-го. Это значит, что интересующая нас цифра — 3-я цифра 104-го трехзначного числа. Это число 203, значит, искомая цифра 3.

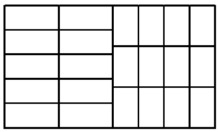
28. Все такого типа ребусы расшифровываются практически одинаково. Например, этот ребус расшифровывается так.

В среднем столбце написано $8 - В = 3$, отсюда $В = 5$. Из второй строки получаем $Д = 0$. Теперь в первой строке читаем $АБ + 8 = 35$, отсюда $А = 2$, $Б = 7$. Тогда из первого столбца получаем $Г = 1$, и весь ребус расшифрован.

$$\begin{array}{ccccc} 27 & + & 8 & = & 35 \\ - & & - & & - \\ 10 & + & 5 & = & 15 \\ \hline 17 & + & 3 & = & 20 \end{array}$$

29. Попробуем поступить, как Чук, — повесим на каждую ветку по одной игрушке, тогда одна игрушка останется лишней. Теперь возьмём две игрушки — одну, оставшуюся лишней, а другую снимем с одной из веток. Если теперь эти игрушки повесить вторыми на те ветки, на которых остались игрушки от первого раза, тогда на двух ветках будут висеть игрушки и одна ветка останется пустой. Если бы, кроме этих трех веток, были бы ещё ветки, то на этих «лишних» ветках висело бы по одной игрушке, что противоречит условию. Таким образом, веток было 3, а игрушек, соответственно, 4.

30. Прежде всего заметим, что Джузеппе не сможет получить заготовок больше, чем $(22 \times 15)/(3 \times 5) = 22$ штуки. Теперь приступим к разрезанию.



Разрежем наш лист на три поперёк стороны 22: 5×15, 5×15 и 12×15. Теперь третий кусок разрежем вдоль стороны 12 на четыре равных куска 3×15. Всего получится 6 кусков — два 5×15 и четыре 3×15. Из первых двух кусков мы получим по 5 заготовок 5×3, а из оставшихся четырех — по 3 заготовки 3×5. Итого получится 22 куска (см. рисунок).

31. Крестьянин не может оставить вместе волка с козой или козу с капустой, но он может оставить капусту с волком. Покажем на схеме, как крестьянин должен действовать дальше:

1. Крестьянин и коза $\to$.
2. $\leftarrow$ Крестьянин.
3. Крестьянин и волк $\to$.
4. $\leftarrow$ Крестьянин и коза.
5. Крестьянин и капуста $\to$.
6. $\leftarrow$ Крестьянин.
7. Крестьянин и коза $\to$.

Таким образом, крестьянин со всем своим имуществом сможет переправиться на другой берег. Подумайте, как надо вести себя крестьянину, если при третьей переправе он возьмёт с собой не волка, а капусту?

32. а) 8, 9 — числа идут подряд; б) 4, 3 — числа идут в обратном порядке; в) 25, 30 — последовательно записаны числа кратные 5; г) 21, 24 — последовательно записаны числа кратные 3; д) 2, 2 — каждые следующие два числа меньше предыдущих на 2.

33. а) 27, 31 — каждое следующее число больше предыдущего на 4; б) 3, 1 — на нечётных местах: каждое следующее число меньше предыдущего на 4; все числа на чётных местах равны 1; в) 16, 17 — соединены два ряда, в обоих каждое следующее число больше предыдущего на 4, но первый ряд начинается с 4, а второй — с 5; г) 13, 13 — числа в следующей паре на 4 меньше чисел в предыдущей паре; д) 64, 128 — последовательные степени числа 2.

34. АРФА — начинается на гласную; БАНТ — первая и последняя буквы не совпадают; ВОЛКОДАВ — не четыре буквы; ГГГГ — не слово; СОУС — не в алфавитном порядке.

35. После того как Змей Горыныч испортил ковёр-самолёт, Иван-царевич мог отрезать от этого ковра кусочек размером 1×4 и превратить его в ковёр размером 8×12. Это значит, что после ухода Змея Горыныча ковёр выглядел так, как показано на рис. 35.1.

Василиса Премудрая разрезала этот ковёр так, как показано на рис. 35.2, и сшила так, как показано на рис. 35.3.

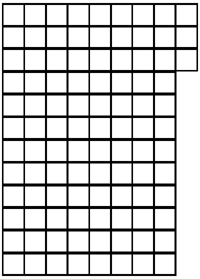


Рис. 35.1

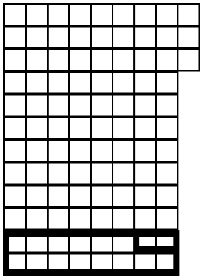


Рис. 35.2

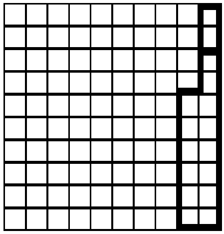


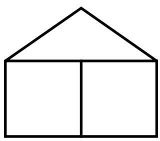
Рис. 35.3

36. Находим ту букву, от которой отходят только знаки «<». Она соответствует минимальной цифре. Определяем, что это буква «К». Зачёркиваем и её и все выходящие из неё знаки. Снова находим ту букву, от которой отходят только знаки «<». И так далее. В результате читаем слово «КОМПЬЮТЕР».

37. Инвалиды заплатили за сапоги 23 талера, но Карл от них получил только 20, поскольку остальные 3 талера Ганс истратил на конфеты. Ганс, сидя в чулане, складывал доход (23 талера) с расходом (3 талера). Эта сумма не имеет никакого смысла. Другое дело, если бы он вычислил разность дохода и расхода — тогда остался бы «чистый» доход, т. е. те самые 20 талеров, которые в итоге получил Карл.

38. Каждый гном берёт из сундука 1 квадрат, а кладёт 4 — т. е. добавляет 3 квадрата. Следовательно, после ухода Седьмого Гнома в сундуке должно лежать $1 + (3 \times 7) = 22$ квадрата.

39. Здесь нарисованы цифры, написанные шрифтом почтовых индексов и симметрично отражённые относительно правой вертикальной границы сетки. Фигурка справа «сделана» из цифры 6.



40. Всего телефонных аппаратов 7, каждый соединён с шестью. Значит, соединений всего $7 \times 6 = 42$. А провод — это два соединения. Значит, всего понадобился 21 провод.

41. В гулливерском спичечном коробке должно помещаться 12 лилипутских коробков в ширину, 12 — в длину и 12 — в высоту. Всего $12 \times 12 \times 12 = 1728$ коробков.

42. Из 9 заготовок можно на первом этапе получить 9 деталей, а из оставшихся стружек сделать 3 заготовки, на втором этапе — 3 детали, а из оставшихся стружек сделать 1 заготовку, на третьем — 1 деталь и останутся стружки на $\frac{1}{3}$ заготовки. Итого из 9 заготовок можно сделать 13 деталей.

Из 14 заготовок получим: 1) 12 деталей, 2 заготовки и стружки на 4 заготовки; 2) 6 деталей и стружки на 2 заготовки; 3) 2 детали и стружки на $\frac{2}{3}$ заготовки. Итак, из 14 заготовок можно сделать 20 деталей.

Последний вопрос о 40 деталях решается подбором. Если 20 деталей мы получили из 14 заготовок, естественно предположить, что 40 деталей мы получим из 28 заготовок. Проверим это предположение.

Из 28 заготовок получим: 1) 27 деталей, 1 заготовку и стружки на 9 заготовок; 2) 9 деталей, 1 заготовку и стружки на 3 заготовки; 3) 3 детали, 1 заготовку и стружки на 1 заготовку; 4) 2 детали и стружки на $\frac{2}{3}$ заготовки. Всего 41 деталь и стружки на $\frac{2}{3}$ заготовки.

Мы получили много деталей, но не слишком. Проверим теперь, что будет, если взять 27 заготовок: 1) 27 деталей и стружки на 9 заготовок; 2) 9 деталей и стружки на 3 заготовки; 3) 3 детали и стружки на 1 заготовку; 4) 1 деталь и стружки на $\frac{1}{3}$ заготовки. Всего 40 деталей, что и требовалось.

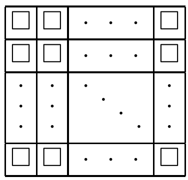
Заметим, что всякий раз, когда мы из 3 заготовок вытачиваем 3 детали, а из стружек выплавляем 1 новую заготовку, у нас число заготовок уменьшается на 2, а число деталей увеличивается на 3, т. е. 2 заготовки как бы превращаются в 3 детали. И такое превращение возможно до тех пор, пока не останется только 1 или 2 заготовки. Значит, если заготовок чётное число, то мы все их, кроме последних 2, постепенно превратим в детали. А из последних 2 выточим ещё 2 детали и останется стружек на $\frac{2}{3}$ заготовки, которые мы так и не сможем превратить в целую деталь (хотя по весу металла в них достаточно). Значит, из $(2n + 2)$ заготовок выйдет $(2n \times \frac{3}{2} + 2) = (3n + 2)$ детали. Если же число заготовок будет нечётным, то все их, кроме одной, мы превратим в детали, и из этой последней заготовки получим ещё одну деталь и стружки на $\frac{1}{3}$ заготовки, т. е. из $(2n+1)$ заготовки выйдет $(2n \times \frac{3}{2} + 1) = (3n+1)$ деталь.

Отсюда, между прочим, следует, что, сколько бы мы ни взяли заготовок, число полученных из них деталей не может быть кратно 3.

43. Из условия задачи видно, что $A \times C = C$; тогда $A = 1$ и $B \times B = 10 + C$, где C — цифра. Последнее уравнение имеет единственное решение $B = 4$, $C = 6$. Значит, искомое число 144.

44. Киоскёр сообразил, что, имея пачку в 100 конвертов, можно не отсчитывать 60 конвертов, а отсчитать только 40 — тогда в пачке останется 60 конвертов. То же и с 90 конвертами: достаточно убрать 10 конвертов из пачки.

45. Разместим внутри нашего квадрата маленькие квадратики, как показано на рисунке. Попробуем найти количество таких квадратиков и длину стороны каждого, чтобы общая сумма их периметров была равна 1992.



Обозначим число маленьких квадратиков вдоль стороны через N, а длину сторон маленьких квадратиков через A. Сумма периметров этих квадратиков будет равна $4N^2A$, а нам надо, чтобы эта сумма была равна 1992, т. е. $4N^2A = 1992$. Поскольку вдоль большого квадрата размещается N квадратиков со стороной A, то $NA \approx 1$ и $NA < 1$. Значит, $4N > 1992$ и $4N \approx 1992$, т. е. $N \approx 498$. Взяв $N = 500$, $A = 0{,}001992$, получим набор квадратиков, сумма периметров которых будет равна $0{,}001992 \times 4 \times 500 \times 500 = 1992$, что и требовалось.

46. На каждом столбе одно число показывает расстояние от столба до Ёлкина, а другое число — расстояние от столба до Палкина. Значит, расстояние от Ёлкина до Палкина равно сумме чисел на столбе, т. е. 13 км.

47. Из условия следует, что отец старше сына на 24 года. Если сейчас сыну x лет, то отцу — $24 + x$. Можно составить уравнение $3x = 24 + x$. Решив его, получим $x = 12$. Значит, сыну сейчас 12 лет, а отцу — 36.

48. У второго числа сумма цифр, скорее всего, будет 9 (поскольку у предыдущего — 8). Попробуем искать среди чисел, одновременно кратных 9 (сумма цифр 9) и 8 (по условию), т. е. чисел, кратных 72. Первое же приходящее на ум такое число — 72 — годится, поскольку оно делится на 8, а у предыдущего — 71 — сумма цифр равна 8. Итак, это числа 71 и 72.

49. При умножении на 5 последняя цифра не изменилась, значит, она была 0 или 5. Если бы последняя цифра была 0, то всё число было бы 0, а мы ищем натуральные числа. Значит, последняя цифра была 5. А всё число 25. Естественно, больше 25 это число быть не может, поскольку оно в 5 раз больше *цифры*, т. е. не может превышать 45.

50. Сначала решается задача а), и из неё уже выводится решение задачи б). Решение задачи а) приведено в строках 1–4 таблицы, а решение задачи б) приведено в строках 1–8 таблицы.

	12 л	5 л	8 л
1	12	0	0
2	4	0	8
3	4	5	3
4	**9**	**0**	**3**
5	9	3	0
6	1	3	8
7	1	5	6
8	**6**	**0**	**6**

51. Всё дело в том, что наследники с самого начала не заметили: завещанные им доли в сумме составляют вовсе не 100% наследства (как это бывает обычно), а всего 17/18 от общего количества. Так что даже если бы они решились, во имя буквального исполнения доли завещателя, резать верблюдов на части, то и тогда у них осталась бы лишней 1/18 доля наследства, т. е. лишних 17/18 верблюда.

52. Естественно, яблоко тяжелее киви.

53. Данных в задаче недостаточно для решения: при заданных условиях и апельсин может быть тяжелее груши, и груша может быть тяжелее апельсина.

54. 7 шоколадок дороже, чем 8 пачек печенья. То есть, $7\ Ш > 8\ П$, значит, $(8/7) \times 7\ Ш > (8/7) \times 8\ П$ или $8\ Ш > 64/7\ П$, но $64/7\ П > 9\ П$. Значит, $8\ Ш > 9\ П$, или 8 шоколадок стоят больше, чем 9 пачек печенья.

55. Здесь есть лишнее условие (об окунях). Поскольку $6\ К > 10\ Л$, то, тем более, $6\ К > 9\ Л$. Разделив обе части последнего неравенства на 2, получим $2\ К > 3\ Л$. Значит, 2 карася тяжелее, чем 3 леща.

56. Число 2 011 533 нужно разбить на однозначные и двузначные числа, чтобы соответствующая последовательность букв образовывала имя. Первое число не может быть 2, т. к. иначе второе число 0 или 01, чего быть не может. Значит, первое число 20, т. е. первая буква «Т». Последнее число 33, поскольку иначе два последних числа 53 и 3 или 3 и 3, но 53-й буквы в алфавите нет, а на «вв» не может кончаться имя девочки. Значит, последняя буква «я». На средние буквы осталось сочетание 115, т. е. либо 1, 1, 5, либо 11, 5, либо 1, 15. Этому соответствуют наборы букв «аад», «йд» и «ан». Отсюда видно, что девочку зовут Таня.

57. «Для вчера завтра» — это «сегодня», а «вчера для послезавтра» — это «завтра». Значит, если «для вчера завтра» — четверг, то «вчера для послезавтра» — пятница.

58. а) 12, 13. От натурального ряда оставляют одно число, следующее выкидывают, затем два числа, следующее выкидывают и т. д. б) 21, 34. Каждой следующее число — сумма двух предыдущих. в) 17, 19. Написаны последовательные нечётные числа. г) 327, 647. Записывается очередная степень двойки и сзади приписывается цифра 7. д) 28, 36. Записаны последовательные суммы чисел натурального ряда. е) 19, 23. Это — последовательность простых чисел.

59. Если вы внимательно прочтёте условие, то поймёте, что заплаченные 100 рублей — это «первая половина» стоимости книги. Значит, книга стоит 200 руб.

60. Эти числа, соответственно, 147 и 111. Задача решается простым перебором вариантов, которых не так уж много.

61. а) с, ф. Записаны первые буквы цветов радуги. б) у, ф, х. Одна буква алфавита записана, одна — пропущена, две буквы записаны, две — пропущены, и т. д. в) один, четыре. Записывается число букв в предыдущем слове. г) Ф, Х, Ш. Записаны буквы, имеющие вертикальную ось симметрии. д) в, д. Написаны первые буквы чисел натурального ряда.

62. Сумма двух чётных или двух нечётных чисел будет чётной, а сумма чётного и нечётного — нечётной.

63. Сумма любого числа чётных чисел, а также чётного числа нечётных чисел будет чётной, сумма же нечётного числа нечётных чисел — нечётной.

64. Произведение будет чётным, если хотя бы один из сомножителей — чётное число. Если же оба сомножителя — числа нечётные, то и произведение будет нечётным.

65. Если в произведении ни один из сомножителей не является чётным числом (т. е. все числа нечётны), оно будет нечётным. В противном случае (т. е. если хотя бы одно число чётно) произведение будет чётным.

66. Если мы возьмём все 11 купюр достоинством 3 руб., то получим 33 руб. — на 8 руб. больше, чем надо. Заменим несколько трехрублевых купюр на однорублевые. Каждая купюра уменьшает разницу на 2 руб. Следовательно, чтобы уменьшить сумму на 8 руб., надо заменить 4 трехрублевые купюры на 4 однорублевых: $(7 \times 3$ руб.$) + (4 \times$ $\times 1$ руб.$) = 25$ руб. Чтобы найти все возможные решения, составим систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y + z = 11, \\ x + 3y + 5z = 25, \end{cases}$$

где x, y, z — количество одно-, трех- и пятирублевых купюр. Вычтя первое уравнение из второго, получим $2y + 4z = 14$, или $y + 2z = 7$. Из последнего уравнения видно, что для z возможны четыре значения — 0, 1, 2, 3. Им соответствуют четыре значения y — 7, 5, 3, 1 и четыре значения x — 4, 5, 6, 7. Таким образом, задача имеет четыре различных решения.

67. Задача не имеет решения. Сумма десяти купюр, каждая из которых нечётна, обязательно будет чётной, следовательно, никогда не будет равна 25.

68. Содержимое левой руки Петя умножает на чётное число, а содержимое правой — на нечётное. Первое из этих произведений всегда чётное число. Поэтому сумма обоих произведений будет иметь ту же чётность, что и второе произведение, которое в свою очередь будет иметь ту же чётность, что и монета в правой руке.

Итак, если Петя назвал нечётный результат (неважно, какой именно), то в правой руке у него 15 коп., а если чётный, — то 10 коп.

69. Путешественник должен распилить 3-е кольцо. Тогда он получит три звена: первое — из одного кольца, второе — из двух, третье — из четырех. В первый день путешественник даст хозяину гостиницы 1 кольцо. Во второй — даст 2 кольца, заберёт 1. В третий — даст 1 кольцо. В четвёртый — даст 4, заберёт 2 и 1 кольцо. В пятый — даст 1 кольцо. В шестой — даст 2 кольца, заберёт 1. В последний (седьмой) день даст 1 кольцо.

70. При этих условиях номер последней страницы — двузначное число (сумма цифр во всех двузначных и однозначных числах равна $9 + 90 \times 2 > 100$). Но все однозначные страницы дадут 9 цифр, т. е. нечётное число, а добавление любого количества страниц с двузначным номером прибавит чётное число цифр, т. е. оставит эту сумму нечётной, т. е. никак не равной 100. Значит, Незнайка ошибся.

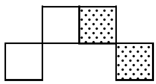
71. Расковываем 3 кольца из одного звена. Оставшиеся 4 звена соединяем тремя раскованными кольцами.

72. Первый палец — мизинец, а затем всё время повторяется группа из восьми пальцев: безымянный, средний, указательный, большой, указательный, средний, безымянный, мизинец. Когда мы станем перечислять пальцы, первым будет мизинец, затем 248 раз повторится группа из восьми пальцев, а потом — последние семь. Седьмой палец в нашем списке — безымянный.

74. Просуммируем все партии, сыгранные каждым игроком, т. е. каждое слагаемое — это число партий, а количество слагаемых — число игроков. Здесь каждая конкретная партия будет сосчитана дважды: один раз — как сыгранная первым игроком, а ещё раз — вторым. Значит, такая сумма обязательно будет чётной.

Однако если предположить, что число игроков, сыгравших нечётное количество партий, было нечётным, то эта сумма получится нечётной. Действительно, нечётных слагаемых нечётное число, поэтому сколько бы ни было чётных слагаемых — общая сумма нечётна. Мы пришли к противоречию. Стало быть, наше предположение неверно.

75. Нет, нельзя, потому что каждая косточка домино должна покрыть одну белую и одну чёрную клетку, т. е. фигура, которую можно полностью покрыть косточками домино, должна содержать одинаковое количество белых и чёрных клеток. Обратное, конечно же, неверно: далеко не любая фигура из одинакового количества белых и чёрных клеток может быть покрыта косточками домино. Один из самых простых примеров приведён на рисунке.



76. В каждой семье обязательно есть девочка, так как если в семье есть мальчик, то у него, согласно отчёту, должна быть и сестра, а если мальчика в семье нет, должна быть девочка, поскольку бездетных семей нет. Это значит, что количество девочек не меньше количества семей. А поскольку мальчиков больше, чем девочек, то детей больше, чем удвоенное количество семей, т. е. чем число взрослых. Но в отчёте было написано, что взрослых больше, чем детей. Значит, в отчёте где-то есть ошибка.

78. Для удобства дальнейших рассуждений заменим все звёздочки различными буквами, имея при этом в виду, что разным буквам может соответствовать одна и та же цифра. Буквы З, Э и О не будем при этом употреблять, чтобы не путать их с тройкой и нулём.

Наш ребус примет следующий вид, значения некоторых букв можно сразу определить.

$$\begin{array}{ccccccccc}
\text{АБ} & : & 5 & + & \text{В} & \times & 7 & = & \text{4Г} \\
\text{Д4} & : & \text{Е} & - & 4 & \times & \text{Ж} & = & \text{И} \\
\text{КЛ} & - & 1 & - & \text{М} & \times & 2 & = & \text{НП} \\
\text{Р3} & - & \text{С} & + & \text{ТУ} & - & 5 & = & \text{ФХ} \\
\hline
\text{ЦЧ} & + & \text{Ш} & + & \text{ЩЪ} & + & \text{ЫЬ} & = & \text{ЮЯ}
\end{array}$$

Ц = 4 (результаты в строках и столбцах с одинаковыми номерами равны между собой). А = Д = К = Р = 1 (четыре двузначных числа в первом столбце в сумме дают 4Ч, это возможно только, если все эти четыре числа начинаются с 1). Б = 0 или 5 (1Б делится на 5), но 5 оно равно быть не может, поскольку в этом случае сумма чисел первого столбца будет больше 50, следовательно, Б = 0. Г = 2 или 9 (4Г — результат умножения на 7), но результат первого столбца явно больше 42, значит, Г = 9. Отсюда Ч = 9, Л = 2, В = 5.

Перепишем ребус, заменив цифрами расшифрованные значения букв

$$\begin{array}{ccccccccc}
10 & : & 5 & + & 5 & \times & 7 & = & 49 \\
14 & : & \text{Е} & - & 4 & \times & \text{Ж} & = & \text{И} \\
12 & - & 1 & - & \text{М} & \times & 2 & = & \text{НП} \\
13 & - & \text{С} & + & \text{ТУ} & - & 5 & = & \text{ФХ} \\
\hline
49 & + & \text{Ш} & + & \text{ЩЪ} & + & \text{ЫЬ} & = & \text{ЮЯ}
\end{array}$$

Е = 2 или 7 (оно является делителем 14), но Е не может быть равно 7, поскольку в этом случае сумма цифр второго столбца будет больше, чем нужно, следовательно, Е = 2. С = 0 или 1 (чтобы сумма чисел второго столбца была однозначным числом), но по условию ни одно из чисел не равно 0, значит, С = 1. Отсюда Ш = 9, И = 9, Ж = 3, Ы = 1, Ь = 7. Ф = 1, Х = 7 (результат четвёртой строки равен результату четвёртого столбца). Отсюда Т = 1, У = 0.

Поскольку результат третьего столбца равен результату третьей строки, получаем $5 + 4 + М + 10 = (12 - 1 - М) \times 2$, откуда М = 1. А отсюда уже можно определить значения остальных букв: Н = 2, П = 0, Щ = 2, Ъ = 0, Ю = 9, Я = 5. Окончательное решение изображено справа.

$$\begin{array}{ccccccccc}
10 & : & 5 & + & 5 & \times & 7 & = & 49 \\
14 & : & 2 & - & 4 & \times & 3 & = & 9 \\
12 & - & 1 & - & 1 & \times & 2 & = & 20 \\
13 & - & 1 & + & 10 & - & 5 & = & 17 \\
\hline
49 & + & 9 & + & 20 & + & 17 & = & 95
\end{array}$$

79. Нет, не может. После того как листок побывает в руках у богатыря, число, на нём написанное, будет менять свою чётность, т. е. станет чётным, если было нечётное, и наоборот. Это значит, что после 33-х изменений число станет нечётным, т. е. никак не сможет равняться 10.

80. Если у нас 3 монеты, достаточно одного взвешивания. Кладём на каждую чашку весов по одной монете, при этом если одна из чашек легче, значит, фальшивая монета на ней. Если же весы в равновесии, то фальшивая монета та, которую не положили на весы.

Если у нас 4 монеты, то потребуется два взвешивания: при первом кладём на каждую чашку весов по 2 монеты, при втором берём те 2 монеты, которые оказались легче, и кладём их по одной на каждую чашку. Та монета, которая легче, — фальшивая.

Если у нас монет 9, снова потребуется два взвешивания. Делим монеты на три группы по 3 монеты и кладём две из этих троек на две чашки весов. Если весы в равновесии — рассматриваем те 3 монеты, которые мы не клали на весы. Если весы не в равновесии — рассматриваем те 3 монеты, которые легче. Теперь задача свелась к самой первой: «есть 3 монеты, одна из них фальшивая». Как мы уже знаем, в этом случае для определения фальшивой монеты требуется только одно взвешивание.

81. Если у нас 3 монеты, достаточно двух взвешиваний. Кладём на каждую чашку весов по одной монете. Если весы не в равновесии, значит, та монета, которая осталась, — настоящая. Кладём её на весы с любой из остальных и сразу определяем, какая из них фальшивая. Если же весы в равновесии, значит, фальшивая монета та, которая осталась, и вторым взвешиванием можно даже определить, легче она или тяжелее, чем настоящие.

Если у нас 4 монеты, опять достаточно двух взвешиваний. Разделим наши монеты на две кучки по 2 монеты и положим одну из кучек на весы — по монете на каждую чашку. Если весы в равновесии, то обе монеты на них настоящие. Если весы не в равновесии, то обе монеты на столе настоящие. Итак, теперь мы знаем, в какой кучке лежит фальшивая монета. Положим на одну чашку весов монету из кучки, где обе настоящие, на вторую — монету из кучки, где фальшивая. Если при этом весы будут в равновесии, значит, фальшивая монета осталась на столе, а если не в равновесии, значит, мы положили её на весы (в этом случае мы даже узнаем, легче она или тяжелее).

Если у нас монет 9, потребуется три взвешивания. Делим монеты на три кучки по 3 монеты и кладём две из этих троек на две чашки весов. Если весы в равновесии — в оставшейся кучке находится фальшивая монета, и за два взвешивания (как это показано в случае 1 настоящей задачи) мы определим фальшивую монету. Итак, всего нам понадобится три взвешивания. Пусть теперь весы не будут в равновесии, значит, одна из кучек на весах — с фальшивой монетой, а в той кучке, которая осталась, только настоящие. Кладём на весы эту кучку и любую из первых двух. Так мы найдём не просто кучку с фальшивой монетой, но и сразу определим, легче эта монета или тяжелее настоящих. Мы проделали два взвешивания, но зато теперь уже только одним взвешиванием (как показано в случае 1 задачи 80) можем определить фальшивую монету. Итак, всего нам понадобится три взвешивания.

82. Возьмём из первого мешка 1 монету, из второго — 2, из третьего — 3, … , из последнего — 10 монет. Всего будет $1+2+3+\ldots+10=$ $=45$ монет. Взвесим их. Если бы все они были настоящие, они весили бы $(45\times 20)=900$ г, но в нашем случае будут весить меньше. Если фальшивая монета одна — будет не хватать 5 г, если две — 10 г, ... если десять фальшивых монет — будет не хватать 50 г.

Таким образом, зная, сколько не хватает до 900 г, мы сразу определим число фальшивых монет. А число фальшивых монет в свою очередь покажет нам номер мешка, в котором они лежат.

83. Нет, нельзя. Чтобы обойти все клетки шахматной доски, надо сделать 63 хода. После каждого нечётного хода конь находится в белой клетке, после каждого чётного — в чёрной. Значит, на 63-м ходу конь обязательно придёт в белую клетку. Но клетка h8 — чёрная, следовательно, после последнего хода в этой клетке конь оказаться не может.

84. Для удобства дальнейших рассуждений заменим все звёздочки различными буквами, имея при этом в виду, что разным буквам может соответствовать одна и та же цифра. Букву O при этом употреблять не будем, чтобы не путать её с нулём. Наш ребус примет вид

$$\begin{array}{rcrcr} A\,1 & \times & B\,C & = & D\,F\,0 \\ 6\,G & : & H\,7 & = & K \\ L\,M & + & N\,P & = & 2\,0 \\ Q\,2 & - & R & = & S \\ \hline T\,U\,V & + & W\,X & = & 1\,Y\,Z \end{array}$$

Значения некоторых букв можно сразу определить.

$C=0$ (при других значениях C результат первой строки не может оканчиваться на 0); $D=1$ (иначе результат третьего столбца не может начинаться с 1); $A=B=1$ (если $A>1$ или $B>1$, то D не может равняться 1); $F=1$ (определяем, зная A, B, C); $L=N=1$; $M=P=0$ (при других значениях любой из этих букв равенство в третьей строке невозможно); $Q=1$ (иначе равенство в четвёртой строке не будет выполняться); $T = 1$ (иначе не будет выполняться равенство в пятой строке).

Для удобства перепишем наш ребус, заменив цифрами те буквы, значения которых мы определили.

$$
\begin{array}{ccccc}
11 & \times & 10 & = & 110 \\
6G & : & H7 & = & K \\
10 & + & 10 & = & 20 \\
12 & - & R & = & S \\
\hline
1UV & + & WX & = & 1YZ
\end{array}
$$

Далее: $G = 7$, 8 или 9 (иначе результат первого столбца будет меньше 100). $G = 8$ (вторая строка: из чисел 67, 68, 69 только 68 делится на число, оканчивающееся на 7). Отсюда $H = 1$, $K = 4$, $U = 0$, $V = 1$.

Если в равенстве пятой строки числа WX и 1YZ заменить суммами чисел второго и третьего столбцов, получим $101 + (10 + 17 + 10 + R) = (110 + 4 + 20 + S)$, или $S = R + 4$. Но $S + R = 12$ (четвёртая строка). Следовательно, $R = 4$, $S = 8$; отсюда $W = 4$, $X = 1$, $Y = 4$, $Z = 2$. Окончательный результат приведен справа.

$$
\begin{array}{ccccc}
11 & \times & 10 & = & 110 \\
68 & : & 17 & = & 4 \\
10 & + & 10 & = & 20 \\
12 & - & 4 & = & 8 \\
\hline
101 & + & 41 & = & 142
\end{array}
$$

85. Из расположения звёздочек в ребусе можно сразу заключить, что вторая и четвёртая цифры частного — нули.

$$
\begin{array}{r|l}
{*}{*}{*}{*}{*}{*}{*} & {*}{*} \\
\cline{2-2}
\underline{{*}{*}{*}}\phantom{{*}{*}{*}{*}} & {*}{*}8{*}{*} \\
{*}{*}\phantom{{*}{*}} & \\
\underline{{*}{*}}\phantom{{*}{*}} & \\
{*}{*}{*} & \\
\underline{{*}{*}{*}} & \\
0 &
\end{array}
$$

Делитель при умножении на 8 даёт двузначное число, а при умножении на первую и пятую цифры частного — трехзначное, значит, первая и последняя цифры частного — 9, а всё частное — 90 809. Найдём делитель. Это такое двузначное число, которое при умножении на 8 даёт двузначное число, а при умножении на 9 — уже трехзначное.

Отсюда легко заключить, что делитель равен 12. Зная делитель и частное, восстанавливаем делимое, а затем и весь пример (см. справа).

$$
\begin{array}{r|l}
1089708 & 12 \\
\cline{2-2}
\underline{108} & 90809 \\
97 & \\
\underline{96} & \\
108 & \\
\underline{108} & \\
0 &
\end{array}
$$

86. Это действительно можно сделать, причём довольно быстро. Перевернём первые три монеты. Тогда первые две монеты будут лежать вверх орлом, а последние три — вверх решкой. Теперь переворачиваем последние три монеты, и все пять монет лежат вверх орлом.

87. Шахматная доска из 25 клеток содержит либо 12 белых клеток и 13 чёрных, либо наоборот — 13 белых клеток и 12 чёрных. Для того чтобы каждая шашка переместилась на соседнюю клетку, необходимо, чтобы все шашки, которые стояли на белых клетках, встали на чёрные, и наоборот. Но поскольку количество белых и чёрных клеток неодинаково, сделать это невозможно.

88. Если самый большой солдатик из маленьких и самый маленький из больших стоят на одной горизонтали или одной вертикали, очевидно, что самый большой из маленьких будет ниже, чем самый маленький из больших.

Пусть теперь они стоят на разных горизонталях и на разных вертикалях. Найдём того солдатика, который стоит на одной горизонтали с самым маленьким из больших и на одной вертикали с самым большим из маленьких. Этот солдатик будет ниже, чем самый маленький из больших, и выше, чем самый большой из маленьких.

Заметим, что один и тот же солдатик может одновременно быть и самым большим из маленьких и самым маленьким из больших. Это произойдёт, например, тогда, когда 8 самых маленьких солдатиков будут поставлены в верхний горизонтальный ряд, а оставшиеся (64 – 8) солдатиков произвольно расставлены в остальных 56 клетках.

Таким образом, самый большой солдатик из маленьких будет не выше (т. е. ниже, или такой же), чем самый маленький солдатик из больших.

89. Нет, нельзя. Если каждый из 77 телефонов соединён ровно с 15-ю, то «концов» проводов будет 77×15. Это нечётное число, но число «концов» должно быть чётным, поскольку каждый провод имеет два конца.

90. Обозначим искомое число через x и запишем уравнение: $4x + 15 = 15x + 4$. Решая это уравнение, получим: $11 = 11x$, или $x = 1$.

91. Покажем, как надо действовать.

Сначала 48 кузнецов берут 48 лошадей и подковывают каждой одну ногу, на это уходит 5 минут, у 48-ми лошадей одна подкова, у 12-ти — ни одной.

Затем 12 кузнецов подковывают тех лошадей, у которых ещё нет подков, а остальные 36 кузнецов ставят 36-ти лошадям вторые подковы. На это опять уходит 5 минут, 36 лошадей с двумя подковами и 24 — с одной.

Теперь 24 кузнеца ставят вторые подковы, и 24 — третьи. Теперь 24 лошади с тремя подковами и 36 — с двумя.

Теперь 36 кузнецов ставят 36 третьих подков и 12 — 12 четвёртых. Теперь 48 лошадей с тремя подковами и 12 — с четыремя.

Последний этап — 48 кузнецов ставят последние подковы 48-ми лошадям. Итак, за 5 этапов, т. е. за 25 минут, все лошади подкованы.

Покажем, что меньше чем за 25 минут это сделать нельзя. Нужно поставить $60 \times 4 = 240$ подков. На каждую подкову нужно 5 минут, значит, всего не меньше, чем $240 \times 5 = 1200$ минут. Но у нас есть 48 кузнецов, значит, можно сделать это за $1200 : 48 = 25$ минут, но никак не меньше. Мы и сделали за 25 минут.

92. Первая дама за свою покупку заплатила как за 13 маленьких птиц (напомним, что большая птица в два раза дороже маленькой), а вторая — как за 11 маленьких. То есть разница в покупках — 2 маленькие птицы, а разница в цене — 20 руб. Значит, маленькая птица стоит 10 руб., а большая — 20 руб.

93. Вором не может быть Мартовский Заяц, потому что вор сказал правду, а Заяц, в этом случае, соврал. Вором не может быть Болванщик, потому что, в этом случае, Заяц сказал правду, а правду сказал только вор. Значит, вор — Соня.

94. Заметьте, что при каждом добавлении или удалении разрешённых буквосочетаний не меняется разность между количеством букв «М» и «О» в слове — она всегда равна 1 для слова «ОММ» и -1 для слова «МОО». Значит, эти слова не синонимы.

95. Сначала рассмотрим вопрос о делимости на 4. При делении на 4 возможны четыре разных остатка: 0, 1, 2 или 3. Если первое из чисел даёт остаток 0, то оно кратно 4. Если оно даёт остаток 1, то последнее число кратно 4. Если оно даёт остаток 2, то третье число кратно 4. И, если оно даёт остаток 3, то второе число кратно 4.

О делимости на 2 и 3. Рассуждая так же, как в случае делимости на 4, придём к выводу, что в обоих случаях найдётся кратное число.

Теперь о делимости на 5. Если первое число даёт при делении на 5 остаток 1, то ни одно из четырех чисел не будет кратно 5 (например, если эти числа 21, 22, 23, 24).

Итак, обязательно найдутся числа, кратные 2, 3, 4, но может не найтись числа, кратного 5.

96. В случае двух чисел произведение может быть и чётным (если оба числа были чётными), и нечётным (если оба числа были нечётными). В случае же трех чисел произведение всегда будет чётным, поскольку из трех чисел либо все три будут чётными, либо одно чётное и два нечётных.

97. Да, конечно, например 444 444 делится на 33. Что же касается второй части задачи, то ответ всегда отрицательный: какое бы число, составленное из троек, мы ни взяли, оно будет нечётным, следовательно, не может делиться ни на какое чётное число, в частности, и на составленное только из четвёрок.

98. Надо взять зёрнышко из того мешка, на котором написано «Смесь». В нём не может оказаться смесь, значит, в нём лежат именно те зёрна, которые мы оттуда достанем. Пусть для определённости в этом мешке лежит мак. (Это предположение делается также и для удобства изложения; впрочем, в качестве упражнения попробуйте повторить все рассуждения для случая, когда в мешке с надписью «Смесь» лежит просо.) Итак, в мешке с надписью «Смесь» лежит мак. Это значит, что в мешке с надписью «Мак» может лежать только просо (если бы там лежала смесь, то в мешке с надписью «Просо» лежало бы просо, что невозможно). Отсюда сразу следует, что в мешке с надписью «Просо» лежит смесь.

99. Стандартное неверное решение: «Каждый из шести чемоданов пытаемся открыть каждым из шести ключей, всего попыток $6 \times 6 = 36$». Можно найти соответствие между ключами и чемоданами за меньшее число попыток.

Берём первый ключ и по очереди пытаемся открыть им чемоданы. Если один из чемоданов открылся — прекрасно, отставляем в сторону этот чемодан с этим ключом. Если же среди первых 5-ти чемоданов ни один не открылся, то значит этот ключ непременно соответствует шестому чемодану. Что произошло? Мы использовали не более пяти попыток; у нас осталось 5 ключей и 5 чемоданов.

Снова берём один ключ и открываем все оставшиеся чемоданы подряд. Для того чтобы определить, какому чемодану соответствует этот ключ, нужно четыре попытки. Берём следующий ключ и т. д. Всего понадобится $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$ попыток. А если бы чемоданов было 10, число попыток было бы $9 + 8 + \ldots + 2 + 1 = 45$.

100. Из условия задачи следует, что Мудрых Сов и Усатых Тараканов — двое, а Говорящих Котов и Усатых Тараканов — тоже двое. Это выполняется в двух случаях: либо Тараканов — 2, Котов и Сов — 0, либо и Котов, и Сов, и Тараканов — по одному. Первый случай не годится, так как в условии сказано, что и Совы, и Коты *живут* в избушке. Значит, у Бабы Яги поселились Говорящий Кот, Мудрая Сова и Усатый Таракан — всего трое.

101. Поскольку все требования завещателя выполнить невозможно, придётся выполнять только часть из них. В зависимости от того, какую именно часть мы выполним, получим тот или иной ответ. Вариантов много. Например: 1) из первого условия завещания следует, что сын должен получить $\frac{2}{3}$ состояния, а из второго — что дочь должна получить в два раза меньше матери; 2) из первого условия завещания следует, что доля матери в 2 раза меньше доли сына, а из второго — что эта доля в 2 раза больше доли дочери; 3) в каждом из условий доля матери не меньше $\frac{1}{3}$, при этом доля сына в 4 раза больше доли дочери. Можно предложить и другие варианты.

Эта задача возникла из практики. Такой случай действительно произошёл в Древнем Риме. Там суд разделил наследство так, как предложено во втором варианте: отдал сыну $\frac{4}{7}$ состояния, матери — $\frac{2}{7}$, дочери — $\frac{1}{7}$, т. е. 120 талантов сыну, 60 — матери, 30 — дочери.

102. Сумма номеров на одном листе нечётна, поскольку это — сумма двух последовательных чисел. Всего страниц 25. Сумма 25 нечётных чисел должна быть нечётной, а у Кольки получилось чётное число. Значит, Колька ошибся в своих вычислениях.

103. Если сумма двух чисел чётна, то либо оба числа чётны, либо оба нечётны. Выберем любое из записанных чисел и начнём все эти числа подряд перебирать. Либо мы найдём два подряд идущих числа одинаковой чётности (тогда наша задача решена), либо не найдём таких чисел. В этом случае наши числа будут образовывать цепочку, в которой чередуются чётные и нечётные числа. Всего записано семь чисел, значит, чётность первого и седьмого чисел цепочки будут совпадать. А это, в свою очередь, означает, что, когда мы замкнём цепочку (числа выписаны *по кругу*!), то первое и седьмое числа окажутся рядом и их сумма будет чётной, что и требовалось доказать.

104. Фома смог за свою покупку расплатиться 11-рублёвыми купюрами. Если мы к его покупке добавим 33 *ч* и 11 *б* (т. е. 33 стакана чая и 11 бубликов), то за всё в сумме тоже можно будет расплатиться 11-рублевками. Но эта покупка составляет $36\ ч + 4\ к + 16\ б$, т. е. ровно в 4 раза больше покупки Еремы. Но числа 4 и 11 взаимно просты, поэтому и за четверть большой покупки (за покупку Еремы) можно расплатиться 11-рублевками без сдачи, что и требовалось доказать.

105. Как бы мы ни срывали плоды, число бананов на яблоне всегда будет нечётным. Действительно, если мы сорвём 2 банана — вырастет апельсин, т. е. число бананов уменьшится на чётное число и останется опять нечётным. (Напомним, что вначале было 15 бананов.) Если же мы сорвём только банан (с апельсином ли, или без апельсина — всё равно), то вырастет снова банан, т. е. число бананов даже не изменится. А отсюда следует вот что: раз нам точно известно, что плод остался только один, то это банан. Другое дело, что здесь мы не обсуждаем вопрос, возможно ли, чтобы остался ровно один плод.

Для того чтобы на яблоне остался только один плод, можно сорвать 7 раз по 2 банана — останется банан и 27 апельсинов, после этого 27 раз сорвать по банану и апельсину — останется только один банан.

Из предыдущих рассуждений уже видно, что как бы мы ни срывали плоды, на яблоне всегда останется хотя бы один банан.

106. Иван-царевич может срубить Змею Горынычу все головы и все хвосты за 9 ударов. Первыми тремя ударами он срубит по одному хвосту за каждый удар — останутся 3 головы и 6 хвостов. Вторыми тремя ударами он срубит по 2 хвоста за каждый удар — останется 6 голов. Последними тремя ударами он срубит по 2 головы за каждый удар — ничего не останется.

Давайте подумаем, может ли Иван-царевич победить Змея Горыныча, нанеся меньше или больше 9 ударов.

При большем количестве ударов, конечно же, может. Пока есть хотя бы одна голова, Иван-царевич может сколько угодно раз отрубать Змею одну голову. Вид Змея при этом не изменится, а число ударов может быть любым.

А вот ударив меньше, чем 9 раз, убить Змея невозможно. Последним ударом Иван-царевич должен срубить две головы (это единственный удар, после которого ничего не вырастает). Значит, нужно действовать так, чтобы добавить нечётное число голов (три головы у Змея уже есть, а всего их должно быть чётное число). Голову можно получить, срубая два хвоста. Значит, надо сделать так, чтобы общее число хвостов было чётно и при делении на 2 давало нечётное число, т. е. как минимум у Змея должно быть 6 хвостов. Три хвоста уже есть — надо добавить ещё 3. Единственная возможность добавить хвост — отрубить 1 хвост, — тогда вырастет 2. Значит, надо 3 раза отрубать по 1 хвосту. Всего хвостов станет 6. Затем ещё тремя ударами отрубить по 2 хвоста. Хвостов не останется, но прибавятся 3 головы. А всего голов станет 6. Последними тремя ударами отрубаем по 2 головы.

Следовательно, предложенный нами способ действительно самый короткий. Другое дело, что порядок действий можно изменять. Например, сначала отрубить 2 головы, потом — 2 хвоста, потом — снова 2 головы и т. д.

107. Третий игрок выбил $(60+80):2=70$ очков. Каждый следующий тоже выбивал по 70 очков: если в группу чисел добавить число, равное среднему арифметическому этой группы, то среднее арифметическое новой группы будет равно среднему арифметическому начальной группы.

108. Для удобства дальнейших рассуждении заменим все чётные числа гласными буквами, а нечётные — согласными, имея при этом в виду, что разным буквам может соответствовать одна и та же цифра. Букву *O* не будем при этом употреблять, чтобы не путать её с нулём. Наш ребус примет вид, изображённый справа.

$$\begin{array}{cccccc} & & & A & E & B \\ \times & & & & C & D \\ \hline & & I & F & U & G \\ + & & Y & H & K & \\ \hline & L & M & N & P & R \end{array}$$

В дальнейшем будем пользоваться чётностью гласных букв и нечётностью согласных, не оговаривая этого специально.

$C>1$ (при $C=1$ числа AEB и YHK равнялись бы между собой, а это невозможно, так как в одном вторая цифра чётная, в другом — нечётная). $C=3$, $A=2$ (при $C>3$ или $A>2$ произведение $AEB\times C$ будет четырехзначным числом). $I=2$ (при $A=2$, I не может быть больше 2).

Отсюда следует, что $D=9$ (при меньшем значении D выражение $AEB\times D$ будет меньше 2100, а $IFUG>2100$, поскольку F соответствует нечётному числу, значит, не равна 0).

$Y=8$ (иначе всё произведение не будет пятизначным числом). $E=8$ (если $E<8$, то $YHK<810$). $F=5$ (при изменении *B* от 1 до 9 число IFUG будет меняться от 2529 до 2601), отсюда следует, что $B<9$. $H=5$ (при изменении B от 1 до 7 число YHK будет меняться от 843 до 861). $K=5$ (иначе число 85K не будет делиться на 3.

$$\begin{array}{cccccc} & & & 2 & 8 & 5 \\ \times & & & & 3 & 9 \\ \hline & & 2 & 5 & 6 & 5 \\ + & & 8 & 5 & 5 & \\ \hline & 1 & 1 & 1 & 1 & 5 \end{array}$$

Так можно восстановить весь пример (см. справа).

109. Для удобства изложения повторим все условия задачи: 1) красная фигура — между синей и зелёной; 2) справа от жёлтой фигуры — ромб; 3) круг — правее и треугольника и ромба; 4) треугольник — не с краю; 5) синяя и жёлтая фигуры — не рядом.

Поскольку красная фигура лежит между синей и зелёной (условие 1), а жёлтая — не рядом с синей (условие 5), то возможны только два варианта расположения фигур по цвету: «синяя, красная, зелёная, жёлтая» или «жёлтая, зелёная, красная, синяя». Первый из приведённых вариантов неверен, поскольку по условию 2 жёлтая фигура не может лежать на правом крае. Остаётся только одна возможность расположения фигур по цветам: «жёлтая, зелёная, красная, синяя».

Из условия 2 сразу же определяется, что ромб зелёный. Отсюда и из условия 4 следует, что треугольник красный. В свою очередь отсюда и из условия 3 следует, что круг синий. Значит, прямоугольник может быть только жёлтым. Окончательный ответ: жёлтый прямоугольник, зелёный ромб, красный треугольник, синий квадрат.

110. Достаточно показать, что количество вертикально лежащих косточек чётно.

Рассмотрим верхний горизонтальный ряд: в нём «начинаются» несколько вертикально лежащих косточек. Их число может быть только чётным, потому что количество клеток ряда чётно (равно 8), а число клеток, не занятых вертикальными косточками, тоже должно быть чётно, чтобы в этих клетках смогли разместиться горизонтальные косточки. Таким образом, в первом ряду «начинается» (т. е. находится в первом и втором ряду) чётное число вертикальных косточек.

Рассмотрим теперь второй ряд, причём не весь, а только те его клетки, в которых «заканчиваются» вертикально стоящие косточки домино, «начинавшиеся» в первом ряду. Число таких косточек чётно. Следовательно, мы можем повторить наши рассуждения для второго ряда и заключить, что и в нём тоже «начинается» чётное число вертикально лежащих косточек.

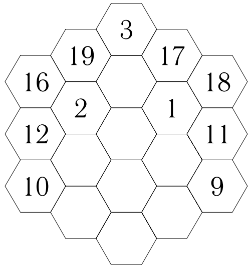
Аналогично поступим со всеми остальными рядами и определим, что во всех рядах «начинается» чётное число вертикально лежащих косточек. Значит, и общее число таких косточек чётно. Следовательно, и число горизонтальных косточек тоже чётно.

111. Наше условие, по существу, означает, что 20 чёрных коров и 15 рыжих дают за день столько же молока, сколько 12 чёрных и 20 рыжих. А это значит, что 8 чёрных коров дают молока столько же, сколько 5 рыжих. Отсюда заключаем, что у рыжих коров удои больше.

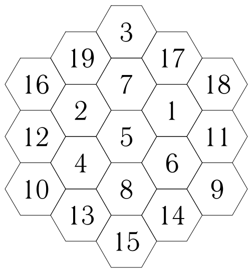
112. Самая высокая из девочек — Люся Егорова, и по условию она катается с мальчиком, который выше её. Таких мальчиков двое, но один из них её брат. Значит, Люся Егорова катается с Юрой Воробьёвым. Рассуждая аналогично, устанавливаем, что Оля Петрова катается с Андреем Егоровым, Инна Крымова — с Серёжей Петровым, а Аня Воробьёва — с Димой Крымовым.

113. Поскольку один из рядов таблицы заполнен, то можно определить сумму ряда — она равна 38. Теперь можно расставить числа во многих клетках. Осталось 7 пустых клеток, в которых должны быть расположены числа 4, 5, 6, 8, 13, 14, 15.

Рассмотрим диагональ, на которой расположены числа 10, 1, 18.



Две пустые клетки на ней должны занимать два числа с суммой 9. Это могут быть только 4 и 5. Теперь рассмотрим ту диагональ, на которой расположены числа 16, 2, 9. Две пустые клетки на ней должны занимать два числа с суммой 11. Это могут быть только 5 и 6. Значит, в центре стоит 5, а вторые числа на диагоналях — соответственно 4 и 6. Теперь уже можно однозначно заполнить всю таблицу.



114. Число монет в этих мешках — делители числа 60, записанные в порядке убывания. Так что в пятом и шестом мешках, соответственно, 12 и 10 золотых монет.

115–122. При решении этих задач можно использовать некоторые общие соображения. Например, число 2 можно представить в виде $(m/m)+(m/m)^m$, где m — любое число (в нашем случае, от 2 до 9). Ещё заметим вот что: если число k можно представить, использовав только 3 цифры m, то числа $k-1$, k, $k+1$ можно представить, вычтя, умножив или сложив полученное представление из трех цифр с m/m. Ответы приведены в таблицах на с. 133–134.

123. Продавец дал покупателю товара и сдачи на сумму 100 руб., да ещё второму продавцу заплатил 100 руб., но и от второго продавца он предварительно получил 100 руб. Так что вся пропажа — 100 руб.

Можно решить и по-другому. Покупатель, фактически, «недодал» продавцу 100 руб. На эти-то 100 руб. и погорел продавец.

126. По условию, в комнате находятся пяти- и шестиногие существа, у которых в сумме 39 ног. Число ног у пятиногих оканчивается на 0 или 5. Но в данном случае на 0 это число оканчиваться не может, т. к. тогда число ног у шестиногих будет кончаться на 9. В таком случае пятиногих может быть 1, 3, 5 или 7. Простым перебором определяем, что пятиногих существ — 3, а шестиногих — 4. То есть в комнате 4 стула и 3 табуретки.

127. Если бы Незнайка оказался прав, то в числе были бы две «цифры» 11, поскольку среди делителей числа 1210 дважды встречается простое число 11.

128. Значит, синих и зелёных вместе — 7 или 14. Синих, соответственно, 6 или 12, а зелёных — 1 или 2. Поскольку всего карандашей 20, то для красных осталось две возможности: либо их $20 - 7 = 13$, либо $20 - 14 = 6$. Но красных меньше, чем синих, значит, единственный возможный *ответ*: 12 синих карандашей, 2 зелёных и 6 красных.

129. Произведение равно 0, поскольку среди сомножителей будет и $(100 - 10^2)$.

130. Когда из книги выпадает часть, первая из выпавших страниц имеет нечётный номер, а последняя — чётный (каждая страница нумеруется с двух сторон, и на её нумерацию требуются два числа). Значит, последняя цифра последнего номера страницы — 8, т. е. номер страницы либо 378, либо 738; но 378 не может быть, поскольку $378 < 387$ (последняя страница не может иметь номер меньше, чем первая). Следовательно, остаётся единственная возможность — номер последней страницы 738. Это значит, что из книги выпало $(738 - 386) : 2 = 176$ листов. (Пополам надо делить потому, что лист нумеруется с двух сторон.)

131. Соединим оба заданных условия и получим следующее утверждение: «В первом и втором ящиках орехов на 6 кг + 10 кг меньше, чем в первом, втором и двух третьих». Отсюда следует, что в двух третьих ящиках 16 кг орехов, т. е. в третьем ящике 8 кг орехов.

132. Можно поступить, например, так: поставим на одну чашку весов гирю весом 1 кг и уравновесим весы крупой из мешка. Теперь снимем с весов эту гирю и вместо неё насыпем крупу. Когда этой крупы станет ровно 1 кг, весы окажутся в равновесии.

133. То, что в тетради записано 100 утверждений, каждые два из которых противоречат друг другу, означает, что если среди них и есть верные утверждения, то их не может быть более одного. Посмотрим, может ли здесь быть хотя бы одно верное утверждение. Если верно ровно одно утверждение, то ровно девяносто девять неверных. А такое утверждение в тетради есть: «В этой тетради ровно девяносто девять неверных утверждений». Итак, в тетради записано ровно одно верное утверждение.

135. Обозначим через x число тестов в серии, а через A — количество очков, набранных Джоном за предыдущие тесты. На основании условия задачи можно составить следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} (A + 97) : x = 90, \\ (A + 73) : x = 87. \end{cases}$$

Решив эту систему относительно x, узнаем, что искомое количество тестов равно 8.

136. Можно. *Первый случай* (*гири* 200 *г и* 50 *г*). 1-е взвешивание: 4,5 кг = 4,5 кг. 2-е: 2,25 кг = 2,25 кг. 3-е: 2,25 кг = 2 кг + 200 г + 50 г.

Второй случай (*гиря* 200 *г*). 1-е взвешивание: 4,6 кг = 4,4 кг + + 200 г. 2-е: 4,4 кг = 2,2 кг + 2,2 кг. 3-е: 2,2 кг = 2 кг + 200 г.

137. Вспомните задачу 95. Поскольку p — простое, то среди делящихся на 2 его не будет, а среди трех последовательных чисел $p-1$, p, $p+1$, одно обязательно делится на 2, но это не p. Значит, ответ задачи положительный. Для 3 задача решается аналогично, ответ положительный.

Обратите внимание! Здесь мы пользуемся тем, что простое число не может делиться на 2 или 3. Будьте осторожны — это не всегда так. Есть два простых числа 2 и 3, для которых эти соображения неверны. Но в нашем условии указано, что $p > 3$, значит, мы можем пользоваться этим свойством.

138. Вспомним задачи 95 и 137. На 5 ни одно из чисел может не делиться (например, при $p = 13$). Что же касается 4, то здесь дело другое. Рассмотрим числа $p-1$, p, $p+1$, $p+2$. Из четырех последовательных чисел одно обязательно делится на 4, но это не p (оно простое) и не $p+2$ (оно нечётное). Значит, одно из чисел $p+1$ или $p-1$ будет делиться на 4.

139. Остаток при делении на 7 не может превышать 6, таким образом, интересующие нас числа можно представить в виде $7a + a = 8a$, где $a = 1, 2, \ldots, 6$. Итак, вот эти числа: 8, 16, 24, 32, 40, 48.

140. При делении числа на 5 возможны 5 остатков: 0, 1, 2, 3 или 4. Но у нас шесть чисел, значит, среди них обязательно найдутся два с одинаковыми остатками. Если мы рассмотрим их разность, то она будет давать при делении на 5 остаток 0, т. е. будет делиться на 5. Что же касается суммы, то это утверждение не будет верным. Например, если все пять чисел при делении на 5 дают остаток 1, то сумма любых двух из них будет давать остаток 2, т. е. нацело делиться не будет.

141. Начнём отсчитывать дни от первого посещения кинотеатра всеми мальчиками. Номер дня, когда в кинотеатр приходит Коля, делится на 3, когда приходит Серёжа — делится на 7 и т. д. Значит, чтобы все трое пришли в кинотеатр, номер дня должен одновременно делиться на 3, на 5 и на 7. Таким образом, номер этого дня должен делиться на 105, т. е. 105, 210, 315 и т. д. Поскольку нас интересует самый первый день, то это день под номером 105 (это значит, что до встречи ребятам придётся ходить в кинотеатр больше 3-х месяцев).

142. Мы знаем, что босоногих мальчиков столько же, сколько обутых девочек. Если теперь к каждому из чисел прибавим количество босоногих девочек, то числа опять останутся равными. Но в первом случае мы получим число босоногих детей, а во втором — общее число девочек. Значит, количества девочек и босоногих детей на прогулке равны.

143. Поскольку 85% всех ребят знают греческий язык, то 15% его не знают, т. е. знают латынь. Это значит, что из 75% ребят, знающих латынь, 15% не знают греческого, а оставшиеся $75\% - 15\% = 60\%$ говорят на обоих языках. Если бы мы начали решение не со знающих греческий, а со знающих латынь, ответ получился бы тот же, только 60% мы получили бы как разность $85\% - 25\%$.

144. Да, конечно, например сумма $2+2+2+2+2+2+2$ делится на 7, хотя 2 на 7 не делится.

145. Конечно же, Фёдор Калистратович ошибся. Число оценок должно быть чётным, поскольку чётно число учеников, но если бы Фёдор Калистратович был прав, то число учеников можно было бы выразить формулой $13 + 2a$, где a — число «не двоек», т. е. получается, что число учеников нечётно. Противоречие и доказывает, что Фёдор Калистратович был неправ.

146. Если перед началом Олимпиады хоккейные шайбы стоили A руб., то после подорожания они стали стоить $1{,}1A$. 10% от этого числа будет $0{,}11A$, значит, после удешевления шайбы будут стоить $0{,}99A$. Значит, до подорожания шайбы стоили дороже.

147. Если оба числа нечётные, то и сумма их, и разность будут чётны, а чётное простое число всего одно. Это значит, что среди искомых простых чисел обязательно одно чётное, т. е. одно число равно 2. Чтобы подобрать второе число, нужно иметь в виду, что разность, второе число и сумма являются последовательными нечётными числами. Среди таких чисел одно обязательно делится на 3. Значит, все три простыми могут быть только в случае, когда одно из них равно 3. Итак, одно из чисел равно 2, разность (или сумма) равна 3. Единственная возможность — искомые числа 2 и 5.

148. Для решения этой задачи выпишем буквы с номерами 1, 2, 11, 12, 21, 22. Это будут, соответственно, «А», «Б», «Й», «К», «У», «Ф». Теперь займёмся перебором вариантов.

Первая буква либо «Б», либо «Ф». В первом случае далее возможны варианты «БББА», «БББЙ», «ББУБ», «ББУФ», «БФАБ», «БФК». Ни одно русское слово с таких буквосочетаний не начинается. Значит, первая буква в слове будет «Ф».

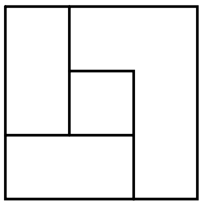
Продолжим. Далее могут идти буквы «ФБУБ», «ФБУФ», «ФБАБ», «ФБАФ», «ФУББ», «ФУБУ», «ФУФА», «ФУФЙ». Среди этих сочетаний только «ФУБУ» и «ФУФА» дают надежду на нахождение искомого слова. Продолжив перебор, получим единственный возможный *ответ*: «ФУФАЙКА».

149. Вот первые десять простых чисел, записанных подряд: 2357111317192329. Это 16-значное число. Мы должны вычеркнуть 6 цифр. Сначала выберем максимальную первую цифру. 9 сделать первой цифрой нельзя — слишком много придётся вычёркивать. А вот 7 можно сделать первой цифрой: для этого нужно вычеркнуть три первые цифры. Осталось вычеркнуть ещё три. Очевидно, что нужно вычеркнуть три единицы, идущие сразу после нашей первой семёрки, чтобы вторая цифра оказалась 3. *Ответ*: 7317192329.

150. Нет. Если у нас есть 9 кучек, в каждой из которых разное количество шариков, то их должно быть не меньше, чем $1 + 2 + 3 + \ldots$ $\ldots + 9 = 45$. Итак, шариков должно быть не меньше 45, а у нас — только 44.

151. Вырежем из круга два одинаковых маленьких кружка, один с центром в отмеченной точке, а другой — с центром в центре круга (нужно так подобрать их радиусы, чтобы в большом круге эти кружки не пересекались), третий кусок — то, что осталось от большого круга. Поменяв местами маленькие кружки, получим такой круг, как требовалось в условии.

152. Можно. См. рисунок справа.



153. Можно сначала удвоить число, потом зачеркнуть последнюю цифру, а можно наоборот — сначала зачеркнуть последнюю цифру, а потом удвоить число. На значение первой цифры результата это почти не влияет. Поэтому можно, например, удваивать число до тех пор, пока первая цифра результата не станет равна 7; зачеркнуть все цифры, кроме первой; удвоить её. Получим: 458, 916, 1832, 3664, 7328, 732, 73, 7, 14.

154. Равенство не может быть верным, потому что одной из букв обязательно должна соответствовать цифра 7; тогда та часть равенства, в которую входит эта буква, будет делиться на 7, а вторая часть равенства — не будет. Значит, они не могут быть равны. Это рассуждение справедливо и для цифры 5.

155. Общее количество собранных грибов равно произведению числа ребят на число грибов в каждой корзинке. Представим число 289 в виде произведения двух сомножителей. Это можно сделать двумя способами: $289 = 1 \times 289$ либо $289 = 17 \times 17$.

Случаи «1 ребёнок» или «1 гриб» не годятся, так как по условию и грибов и детей было много. Значит, остаётся единственный вариант — в лес ходили 17 детей, каждый из которых принёс 17 грибов.

156. Сумма цифр числа M не может быть больше, чем $1992 \times 9 = 17928$, и кроме того, она должна делиться на 9, т. е. A — число, состоящее не более чем из пяти знаков (разумеется, оно может состоять из меньшего числа знаков, например, при $M = 90\ldots0$ число A будет однозначным). Но если A содержит не более пяти знаков, то B не может быть больше 45 и при этом должно делиться на 9. Сумма цифр всех таких чисел равна 9. Следовательно, $C = 9$ при любом возможном значении M.

157. Путь в оба конца на автобусе занимает 30 мин, следовательно, путь в один конец на автобусе займёт 15 мин. На дорогу в один конец пешком понадобится 1,5 ч – 15 мин, т. е. 1 ч 15 мин. Значит, на дорогу пешком в оба конца Аня тратит 2,5 ч.

158. Если в будущем году Коле исполнится 13 лет, значит, в нынешнем ему 12, а в прошлом году было 11 лет. Но поскольку позавчера Коле было 10, то единственный день, когда ему могло успеть исполниться 11 (в прошлом году) — это вчера, а именно 31 декабря. Значит, сегодня 1 января, и 31 декабря этого года Коле исполнится 12 лет, а в будущем году — 13.

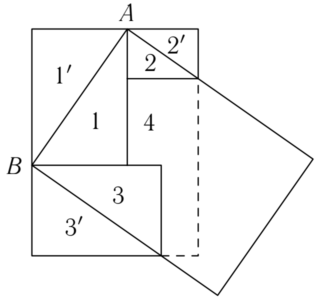
159. Рассмотрим шесть самых маленьких натуральных чисел: $1, 2, \ldots, 6$. Их сумма равна 21. Значит, наше исходное равенство будет достигаться, если любое из чисел мы увеличим на 1. Но если мы увеличим одно из чисел от 1 до 5, то среди наших чисел окажется два равных. Это значит, что надо увеличить последнее число, т. е. вместо 6 взять 7. В результате получаем искомый набор — 1, 2, 3, 4, 5, 7.

160. У любого числа M всегда есть делители 1 и M. Если у M есть делитель m, то есть и делитель $\frac{M}{m}$. Значит, чтобы число M имело три различных делителя, необходимо выполнение условий: $m = \frac{M}{m}$ (т. е. $M = m^2$) и m — простое число. Отсюда следует, что ровно по три различных делителя имеют квадраты простых чисел.

162. Сразу напрашивающийся ответ «за 2 руб. 50 коп.» — неверен. Обозначим через a первоначальную стоимость всех конфет 1-го сорта.

Тогда общая выручка за несмешанные конфеты 1-го и 2-го сорта составляла бы $2a$ рублей. При этом конфет 1-го сорта у купца было бы $\frac{a}{3}$ фунта, а конфет 2-го сорта $\frac{a}{2}$ фунта. Таким образом, за смесь, состоящую из $\frac{a}{3}+\frac{a}{2}$ фунта, он должен выручить $2a$ рублей. Значит, цена смеси конфет должна быть равна $\dfrac{2a}{\frac{a}{3}+\frac{a}{2}}$ рублей. Проведя несложные арифметические действия, определим, что смесь конфет надо продавать по 2 руб. 40 коп. (а не по 2 руб. 50 коп.) за фунт.

163. Площадь открытых участков $1'$, $2'$ и $3'$ равна площади закрытых участков 1, 2 и 3 (см. рисунок). Значит, закрытая часть листка больше открытой на площадь закрытого участка 4.



164. С поляны улетели 5 ворон, а остались 30. Поскольку при этом на берёзе их стало в два раза больше, чем на ольхе, значит, на берёзе оказалось 20 ворон, а на ольхе — 10. Но до этого на ольху с берёзы перелетели 5 ворон, следовательно, сначала на ольхе было 5 ворон. А с берёзы 5 ворон улетели на ольху и 5 ворон улетели совсем, т. е. на берёзе было 30 ворон.

166. Перепишем условия задачи:

КУВШИН = БУТЫЛКА + СТАКАН;
ДВА КУВШИНА = СЕМЬ СТАКАНОВ;
БУТЫЛКА = ЧАШКА + ДВА СТАКАНА;
БУТЫЛКА = *сколько* ЧАШЕК?

Из 1-й и 3-й строк следует, что емкость кувшина равна емкости чашки и трех стаканов. Сравнивая это равенство со 2-й строкой, получим, что в стакане содержится две чашки. Учитывая теперь 3-ю строку, определяем, что емкость бутылки составляет пять чашек.

167. Все подобные задачи решаются одинаково. Используются обычные свойства косточек домино. Например, в наборе домино обязательно встречается косточка с парой любых чисел от 0 до 6, причём ни одна такая пара не повторяется дважды. Косточки домино не могут расположиться на нечётном числе клеток и т. д.

Поскольку варианты предложены в порядке возрастания трудности, рассмотрим подробные решения только для первого — в силу его наглядности и для последнего — в силу его сложности.

Вариант 1 (рис. 167.1):

1. Места всех дублей в этой раскладке определяются однозначно. Отметим их Отсюда однозначно определяется местоположение косточек 5–0, 5–3, 0–2, 3–4, 0–6, 2–5. Отметим теперь, что если где-нибудь перечисленные пары цифр и стоят рядом, то они не могут образовывать косточки. Полученная позиция изображена на рис. 167.2.

5	0	1	0	3	1	2	5
4	4	5	2	4	6	2	3
2	5	6	0	1	3	0	2
5	1	2	0	4	0	4	3
5	4	5	1	6	3	2	3
0	1	0	2	1	5	6	6
6	1	3	6	4	6	3	4

Рис. 167.1

5	0	1	0	3	1	2	5
4	4	5	2	4	6	2	3
2	5	6	0	1	3	0	2
5	1	2	0	4	0	4	3
5	4	5	1	6	3	2	3
0	1	0	2	1	5	6	6
6	1	3	6	4	6	3	4

Рис. 167.2

2. Отсюда однозначно определяется местоположение косточек 2–4 и 0–3. Отметив, что эти косточки не могут находиться на других местах, получим расположение косточек (позиция на рис. 167.3).
3. И снова обратим внимание на то, что, если где-нибудь перечисленные пары цифр и стоят рядом, они не могут образовывать косточки. Отсюда уже можно однозначно восстановить всю раскладку (рис. 167.4).

5	0	1	0	3	1	2	5
4	4	5	2	4	6	2	3
2	5	6	0	1	3	0	2
5	1	2	0	4	0	4	3
5	4	5	1	6	3	2	3
0	1	0	2	1	5	6	6
6	1	3	6	4	6	3	4

Рис. 167.3

5	0	1	0	3	1	2	5
4	4	5	2	4	6	2	3
2	5	6	0	1	3	0	2
5	1	2	0	4	0	4	3
5	4	5	1	6	3	2	3
0	1	0	2	1	5	6	6
6	1	3	6	4	6	3	4

Рис. 167.4

Вариант 4 (рис. 167.5):

1. Единственная косточка, расположение которой можно определить однозначно, это 4–2 (нигде больше 4 и 2 не стоят рядом).

2. Во второй строке не может находиться косточка 0–1 (иначе получим две одинаковые косточки 0–1 в первой и второй строках). По тем же соображениям во второй строке не может находиться косточка 5–6, а в шестой — косточки 4–6 и 0–2. Отметим это (рис. 167.6).

0	1	2	5	1	4	5	6
0	1	2	5	1	4	5	6
5	2	6	3	3	0	4	1
5	2	6	3	3	0	4	1
3	3	4	4	2	2	3	3
4	6	0	0	6	6	0	2
4	6	1	1	5	5	0	2

Рис. 167.5

0	1	2	5	1	4	5	6
0	1	2	5	1	4	5	6
5	2	6	3	3	0	4	1
5	2	6	3	3	0	4	1
3	3	4	4	2	2	3	3
4	6	0	0	6	6	0	2
4	6	1	1	5	5	0	2

Рис. 167.6

3. В первой строке не может лежать косточка 1–2 (иначе цифра 1, стоящая на пересечении второй строки и второго столбца, будет образовывать ещё одну косточку 1–2). По аналогии, в первой строке не может лежать косточка 4–5.

4. Аналогично тому, как это уже делалось в пункте 2, определим, что косточки 2–5 и 1–4 не могут лежать во второй строке. Отметим это (рис. 167.7).

0	1	2	5	1	4	5	6
0	1	2	5	1	4	5	6
5	2	6	3	3	0	4	1
5	2	6	3	3	0	4	1
3	3	4	4	2	2	3	3
4	6	0	0	6	6	0	2
4	6	1	1	5	5	0	2

Рис. 167.7

0	1	2	5	1	4	5	6
0	1	2	5	1	4	5	6
5	2	6	3	3	0	4	1
5	2	6	3	3	0	4	1
3	3	4	4	2	2	3	3
4	6	0	0	6	6	0	2
4	6	1	1	5	5	0	2

Рис. 167.8

5. Теперь очевидно, что косточка 1–1 не может стоять во втором столбце (иначе негде расположить косточку 1–2). По аналогии, 5–5 не может находиться в седьмом столбце (иначе нет места для косточки 4–5). Отсюда можно однозначно восстановить расположение косточек 0–1, 0–5, 5–6 и 6–1. Отметив, что в других местах эти косточки располагаться не могут, получим однозначную возможность расположить косточки 1–1 и 5–5. Отметим,

что иное их расположение невозможно. Таким образом получаем расположение косточек, изображённое на рис. 167.8.

6. 0 и 6 трижды встречаются рядом, и все три раза — в шестом строке. Однако только та пара, которая лежит точно под косточкой 4–2, может образовывать косточку 0–6 (в противном случае получим две косточки 0–6). Отсюда однозначно определяется положение косточек 4–0 и 2–6. Отметим невозможность расположения этих косточек в других местах (рис. 167.9).

0	1	2	5	1	4	5	6
0	1	2	5	1	4	5	6
5	2	6	3	3	0	4	1
5	2	6	3	3	0	4	1
3	3	4	4	2	2	3	3
4	6	0	0	6	6	0	2
4	6	1	1	5	5	0	2

Рис. 167.9

0	1	2	5	1	4	5	6
0	1	2	5	1	4	5	6
5	2	6	3	3	0	4	1
5	2	6	3	3	0	4	1
3	3	4	4	2	2	3	3
4	6	0	0	6	6	0	2
4	6	1	1	5	5	0	2

Рис. 167.10

7. Обратим внимание на то, что ни в третьей, ни в четвёртой строках не могут находиться косточки 6–3 и 3–0; отсюда определяем расположение косточек 6–6 и 0–0. Далее, косточка 3–3 не может находиться ни в третьей строке, ни в четвёртом или пятом столбцах. Отсюда определяем расположение косточек 3–3, 5–3 и 1–3. Отметив, что эти косточки нигде в других местах располагаться не могут, получим однозначное расположение всех косточек домино (рис. 167.10).

168. Рассмотрим рисунок.

	a	a	a	b	b	c	c
d	d	e	e	e	e	c	c
d	d	a	a	c	c	f	f
g	g	g	g	b	b	f	f
e	e	f	f	g	g	d	d
f	f	a	a	e	e	b	b
d	d	c	c	g	g	a	

1. Поскольку на рисунке не хватает дубля b–b, значит, $b = 0$.
2. По виду последней строки ясно, что a — чётное число: все буквы, кроме a, встречаются по два раза, а сумма чисел в строке чётная (равна 24), т. е. $a = 2$, 4 или 6.
3. Из вида первой строки следует, что $a \neq 2$ (при $a = 2$ будет $c = 9$, что невозможно). Поэтому возможны всего два варианта: $a = 6$, $c = 3$ или $a = 4$, $c = 6$.
4. Рассмотрим третью строку. Если $c = 6$, $a = 4$, то $d + f = 2$, что невозможно. Отсюда получаем единственные возможные значения a и c: $a = 6$, $c = 3$.

5. Из той же третьей строки находим, что $d + f = 3$, т. е. либо $d = 1$, $f = 2$, либо $d = 2$, $f = 1$.
6. Рассмотрим вторую строку, подставив в неё $c = 3$. Получим $2d + 4e = 18$. При $d = 2$ получаем $e = 3{,}5$, что невозможно. При $d = 1$ получаем $e = 4$, $f = 2$. Значит, $g = 5$ (просто все другие значения уже заняты).
7. Проверяем, действительно ли при найденных значениях переменных сумма чисел во всех строках равна 24. Убедившись, что это так, можем записать: $a = 6$, $b = 0$, $c = 3$, $d = 1$, $e = 4$, $f = 2$, $g = 5$. Окончательное расположение косточек домино показано на рисунке справа.

	6	6	6	0	0	3	3
1	1	4	4	4	4	3	3
1	1	6	6	3	3	2	2
5	5	5	5	0	0	2	2
4	4	2	2	5	5	1	1
2	2	6	6	4	4	0	0
1	1	3	3	5	5	6	

169. Да. Все числа отрицательными быть не могут. Выберем любое положительное число, а остальные 24 числа любым способом разобьём на 6 наборов по 4 числа в каждом. Сумма выбранного числа и 6-ти наборов будет, с одной стороны, положительна, с другой — равна сумме всех чисел.

170. Нет, неверно. Вот пример: 24 числа равны -1, а одно число равно 5. Тогда условие задачи выполняется, а общая сумма равна -19.

Обратите внимание! Хотя задача очень похожа на предыдущую, ответ прямо противоположный.

171. Поскольку среди двух любых шаров один синий, то двух красных шаров в комнате быть не может. Значит, в комнате находятся 84 синих воздушных шара и 1 красный.

172. Да. Первая цифра этого числа — 1, последняя цифра — 8, а между ними 2001 раз повторяется цифра 0. Сумма цифр равна 9, значит, число делится на 9.

173. Да, делится, поскольку

$$1 + 1998 = 2 + 1997 = \ldots = 999 + 1000 = 1999,$$

т. е. эта сумма равна 1999×999.

174. Между 12-ю флажками 11 «расстояний». Между 4-мя флажками 3 «расстояния». На пробег одного «расстояния» требуется 4 с. Значит, всего потребуется 44 с.

175. Всего между 300 и 700 заключено 399 чисел, причём чётных на 1 меньше, чем нечётных. Значит, нечётных чисел 200.

176. Поскольку 3 удара часы отбивают в течение 12 с, интервал между двумя последовательными ударами составляет 6 с. От первого удара до второго — 6 с и от второго до третьего — тоже 6 с. Шесть же ударов раздаются с 5-ю интервалами. Следовательно, 6 ударов часы пробьют за $5 \times 6 = 30$ с.

178. Если половина от половины (т. е. четверть) данного числа равна 0,5, то само число равно $0{,}5 \times 4 = 2$.

179. В одном кубическом километре миллиард кубических метров (1000 в длину, 1000 в ширину и 1000 в высоту). Если все их выложить в ряд, то получится полоса длиной в миллиард метров, т. е. в миллион километров.

180. Ошибаются и Иван, и Прохор. На каждого едока пришлось по 4 лепёшки, следовательно, Иван съел все свои лепёшки сам, а Прохор половину своих лепёшек отдал охотнику. Это означает, что все 60 коп. должен получить Прохор.

181. Ключ показывает, какие именно стрелки отходят из того места, где стоит буква, которую мы должны выбрать. В результате прочитывается слово КОМПЬЮТЕР.

182. Поскольку общий объём жидкости в стакане не изменился, значит, сколько из него вылили чая, ровно столько же добавили сливок. Следовательно, чая в кувшине со сливками оказалось ровно столько же, сколько сливок в стакане чая.

183. Поскольку во дворце султана 4 наружных стены, по длине каждой из которых располагаются 10 комнат, и 18 внутренних перегородок (9 продольных и 9 поперечных), каждая также длиной 10 комнат, можно определить число окон ($10 \times 4 = 40$) и дверей ($10 \times 18 = 180$).

184.

1. В первом кружке стрелку надо, безусловно, поставить на букву Б — ибо на остальные буквы (Ъ и Ь) ни одно слово не начинается.
2. Во втором кружке стрелку надо поставить на букву А, так как из всех букв всех кружков это единственная гласная, а слов без гласных в русском языке не бывает.
3. Таким образом, найдены первые две буквы слова — БА. Для подбора двух последних букв существует 9 возможностей: каждой из трех букв на 3-е место соответствуют три возможные буквы на 4-е место. Перебрав все эти возможности, получим единственное осмысленное слово — БАНК.

185. Каждый шахматист сыграл по 5 партий (по одной партии с каждым участником турнира, естественно, кроме себя). Но сказать, что эти шесть шахматистов сыграли между собой 30 партий (т. е.

каждый из шести шахматистов по 5), будет неверно, потому что тогда каждую партию мы сосчитаем дважды: во-первых, как партию, сыгранную первым партнёром, а во-вторых — вторым. Так что всего было сыграно $(6 \times 5) : 2 = 15$ партий.

Интересно, что как бы ни сыграл каждый конкретный участник турнира, общая сумма очков будет постоянной, поскольку она зависит только от количества игр. В каждой игре в сумме набирается одно очко (либо $1 + 0$; либо $0{,}5 + 0{,}5$; либо $0 + 1$). Таким образом, всего в 15-ти партиях будет набрано 15 очков.

186. Для удобства перечислим все условия: а) каждый игрок сыграл с остальными по одной партии и все набрали разное количество очков; б) занявший 1-е место не сделал ни одной ничьей; в) занявший 2-е место не проиграл ни одной партии; г) занявший 4-е место не выиграл ни одной партии.

	1	2	3	4	5
1		0		1	
2	1				
3					
4	0				
5					

Из условий б) и в) следует, что партия между первым и вторым игроками закончилась победой второго. А из условий б) и г) следует, что партия между первым и четвёртым закончилась победой первого. Можно заполнить часть турнирной таблицы.

Из этой таблицы видно, что первый игрок не может набрать больше 3 очков. А это значит, что второй игрок не может набрать больше чем 2,5 очка. Но он не может набрать и меньше чем 2,5 очка, поскольку за каждую из партий с третьим, четвёртым и пятым игроками он должен набрать не менее 0,5 очка. Всё это возможно только в случае, когда эти три игры (2–3, 2–4, 2–5) закончились с ничейным результатом.

	1	2	3	4	5
1		0	1	1	1
2	1		0,5	0,5	0,5
3	0	0,5			
4	0	0,5			
5	0	0,5			

Итак, второй игрок набрал 2,5 очка. Отсюда следует, что первый игрок набрал 3 очка, т. е. выиграл все партии, кроме партии со вторым игроком. Заполним ещё часть таблицы.

Третий игрок не может набрать больше 2 очков (так как второй набрал 2,5), но он не может набрать и меньше 2 очков, поскольку даже если третий наберёт 1,5 очка, четвёртый — 1 очко и пятый — 0,5 очка, всё равно в сумме очков будет набрано слишком мало. Поскольку всего должно быть набрано 10 очков (см. решение задачи 52), а первые два игрока набрали 5,5 очка, то оставшиеся три игрока должны в сумме набрать 4,5 очка. Значит, третий игрок набрал 2 очка.

Если третий набрал 2 очка, то на долю четвёртого и пятого остаётся 2,5 очка. Это возможно только в том случае, когда четвёртый набрал 1,5 очка, а пятый — 1 очко.

Третий игрок набрал в двух играх 1,5 очка (т. е. всего он набрал 2 очка, а в играх со вторым и первым — в сумме 0,5 очка). Это возможно, только если в одной из этих игр он набрал 1 очко, а в другой — 0,5.

Пятый игрок в двух играх набрал 0,5 очка. Это возможно, только если в одной игре он набрал 0,5 очка, а в другой — 0. Что же касается четвёртого игрока, то он должен в двух играх набрать 1 очко, т. е. либо 1 и 0, либо 0,5 и 0,5. Но ведь, согласно условию, четвёртый игрок не выиграл ни одной партии, значит, случай «1 и 0» невозможен.

Итак, за две игры третий игрок набрал 1 и 0,5 очка; четвёртый игрок — 0,5 и 0,5 очка; пятый игрок — 0,5 и 0 очков. Это возможно, только если третий выиграл у пятого, а все остальные игры закончились вничью. Теперь можно составить окончательную таблицу.

	1	2	3	4	5
1		0	1	1	1
2	1		0,5	0,5	0,5
3	0	0,5		0,5	1
4	0	0,5	0,5		0,5
5	0	0,5	0	0,5	

187. Четыре последних игрока сыграли между собой 6 игр и набрали в этих играх 6 очков. Это значит, что второй игрок не может получить меньше 6 очков. Но он не может набрать и больше 6 очков, потому что тогда будет нарушено условие, что все набрали разное число очков. Если у второго 6,5 очка, значит, у первого не может быть 6,5. Однако у него не может быть и 7 очков, так как это означало бы, что первый игрок выиграл у всех, в том числе и у второго. Но тогда второй получит меньше, чем 6,5 очка.

Итак, второй игрок набрал ровно 6 очков. Это в свою очередь означает, что последние четыре игрока все очки набрали в играх между собой, следовательно, любой из последних четырех игроков проиграл каждому из первых четырех. А это уже означает, что игра между третьим и седьмым игроками закончилась победой третьего.

188. Нет, нельзя. Если бы это было возможно, то сумма всех чисел таблицы, подсчитанная «по строкам», была бы положительной, а «по столбцам» — отрицательной, что невозможно.

189. Как ни странно, можно.

Вот некоторые соображения: раз во всех вертикалях фишек поровну, то общее число фишек кратно 8. Если в любых двух горизонталях разное число фишек, то фишек не меньше, чем $0+1+2+\ldots+7=28$. Наименьшее число, отвечающее обоим требованиям, будет 32, т. е. в каждой вертикали по 4 фишки. После небольшого перебора можно получить ответ (см. рисунок).

●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	
●	●	●	●	●	●		
●	●	●	●	●			
							●
						●	●
					●	●	●

190. Нет, так быть не может. Если число делится на 3, то сумма его цифр делится на 3. Пусть, для определённости, не делящееся на 3 число стоит в верхней строке. Сумма всех цифр в каждом столбце делится на 3. Значит, сумма всех цифр в таблице делится на 3. Вычтем из этой суммы сумму цифр 4-х чисел, стоящих в строках 2—5. Эта сумма делится на 3, поскольку все слагаемые (вычитаемые) делятся на 3. Но, с другой стороны, это и есть сумма цифр, стоящих в верхней строке. Пришли к противоречию, значит, предположение неверно.

191. Вот пример: +3, −4, +3, −4, +3. Хитрость в том, что сумма «немного отрицательна», а крайние числа «сильно положительны».

192. Эта задача допускает четыре разных ответа, которые зависят от расположения всадников в первый момент. Мушкетёры могли ехать: а) в разные стороны, навстречу друг другу; б) в разные стороны, удаляясь друг от друга; в) в одну сторону — Атос за Арамисом; г) в одну сторону — Арамис за Атосом. Соответственно и *ответы*: а) 11 лье; б) 29 лье; в) 21 лье; г) 19 лье.

193. За 5 мин брат пройдёт 1/8 пути. За каждую минуту я прохожу 1/30 пути, а брат — 1/40, т. е. за минуту я навёрстываю $(1/30-1/40)=1/120$ часть пути. А 1/8 я наверстаю, соответственно, за $(1/8):(1/120)=15$ мин, т.е ровно на полпути до школы.

194. Поскольку нас интересуют только последние цифры результатов, то достаточно определить, каковы последние цифры у чисел 9^{1989}, 9^{1992}, 2^{1989} и 2^{1992}.

1. Число 9 при возведении в степень даёт два варианта последних цифр — 9 (если степень нечётная) и 1 (если степень чётная). Это значит, что 9^{1989} имеет последнюю цифру 9, а 9^{1992} — цифру 1.
2. Число 2 при возведении в степень может давать следующие последние цифры: 2, 4, 8, 6. Если показатель степени при делении на 4 даёт остаток 1 — последняя цифра будет 2; если остаток 2 — последняя цифра будет 4; остаток 3 — последняя цифра 8;

без остатка — последняя цифра 6. Это значит, что 2^{1989} имеет последнюю цифру 2, а 2^{1992} — цифру 6.

195. Положим в первую кучку две гирьки массой 101 г и 1 г, а во вторую — 100 г и 2 г; затем в первую две гирьки — 99 г и 3 г, а во вторую — 98 г и 4 г. Так будем действовать, пока не положим во вторую кучку гирьки в 84 г и 18 г. К этому моменту в каждой кучке будет лежать по 18 гирек. Теперь положим в первую кучку две гирьки массой 83 г и 20 г, а во вторую — 82 г и 21 г.

Так будем продолжать до тех пор, пока во вторую кучку не придётся положить последнюю пару гирек массой 52 г и 51 г.

196. На вторую половину пути Буратино потратил ровно столько времени, сколько Пьеро на весь путь. А ведь сколько-то времени у Буратино ушло и на первую половину пути. Так что победил Пьеро.

197. Буратино проехал на велосипеде полдороги, слез с него и дальше пошёл пешком. А Пьеро первую половину пути прошёл пешком, затем дошёл до велосипеда, сел на него и поехал. Таким образом они и сэкономили время.

198. Обозначим через s отрезок пути, который Буратино проехал от того момента, как проснулся, до конца. Тогда путь, который Буратино проспал, составит $2s$. Всего же от момента, как Буратино заснул, он проехал путь $2s + s = 3s$. Но известно, что это — половина всего пути. Значит, длина всего пути $6s$. Поскольку же бодрствующим Буратино проехал путь $4s$, то по отношению ко всему пути эта часть составит $\frac{4s}{6s} = \frac{2}{3}$.

199. Туристы могут действовать так: 1) два с меньшим весом садятся в лодку и переправляются на противоположный берег; 2) один из них пригоняет лодку обратно; 3) наиболее тяжёлый турист садится в лодку и переправляется; 4) второй лёгкий садится в лодку и пригоняет её назад; 5) два лёгких садятся в лодку и окончательно переправляются на нужную сторону.

200. Поскольку номер одного и того же вагона в субботу был меньше числа, а в понедельник равен ему, то очевидно, что суббота и понедельник принадлежат разным месяцам, т. е. понедельник — первое или второе число, а номер вагона — 1 или 2. Но номер вагона не может быть равен 1, поскольку номер места меньше номера вагона. Значит, Саша ехал в вагоне № 2 на месте № 1.

201. Для расшифровки этого отрывка можно воспользоваться методом, которым пользовался Шерлок Холмс, расшифровывая «пляшущих человечков».

1. В Алисиной записи буква *а* встречается 4 раза, *е* — 24, *и* — 11, *й* — 3, *о* — 8, *у* — 2, *ы* — 1, *э* — 3, *ю* — 1, *я* — 0. Отсюда, следуя методу Шерлока Холмса, можно предположить, что *е* — это *О*, *и* — это *А*. Значит, *о* — это *Е*, *а* — это *И*. Заменив эти буквы в тексте, получим:

   «— бОрпА э йдОмгЕквэы, бАбОЕ-жикйпч
   звОлО, — збАсАв фАвмАу-кОвмАу
   пОлОвчжО дгЕсгИмЕвчжО, — ОжО ОсжАьАЕм
   мОвчбО мО, ьмО э цОьй, ьмОкю ОжО
   ОсжАьАвО, — жИ кОвчфЕ, жИ тЕжчфЕ».

   Здесь для удобства разгаданные буквы показаны заглавными, а зашифрованные строчными.
2. Из слова *бАбОЕ* первой строки сразу видно, что *б* — это *К*, а *к* — это *Б*.
3. Слово *ОжО* в третьей и четвёртой строках может быть только*ОНО*, *ОБО* или *ОКО*, при всех других значениях «*ж*» получаем бессмысленный набор букв. Но *К* и *Б* мы уже определили, так что единственная возможность для *ж* — это *Н*.
4. Заменим текст с учётом полученных пар *Б* — *К* и *Ж* — *Н*:

   «— КОрпА э йдОмгЕБвэы, КАКОЕ-НиБйпч
   звОлО, — зКАсАв фАвмАу-бОвмАу
   пОлОвчНО дгЕсгИмЕвчНО, — ОНО оснАьАЕм
   мОвчКО мО, ьмО э цОьй, ьмОБю ОНО
   ОсНАьАвО, — НИ БОвчфЕ, НИ тЕнчфЕ».
5. Из последнего слова первой строки определяем сразу три пары букв *Й* — *У*, *П* — *Д*, *Ч* — *Ь*.
6. Слово *мО* в четвёртой строке может означать только *ДО*, *НО*, *ПО* или *ТО*. Но для букв *Д*, *Н*, *П* уже определены пары, значит, *м* может быть только *Т*.
7. Снова заменим текст с учётом пар *Й* — *У*, *П* — *Д*, *Ч* — *Ь*, *М* — *Т*.

   «— КОрДА э УПОТгЕБвэы, КАКОЕ-НИБУДЬ
   звОлО, — зКАсАв фАвТАЙ-бОвтАй
   ДОлОвЬНО ПгЕсгИТЕвЬНО, — ОНО ОсНАЧАЕТ
   ТОвЬКО ТО, ЧТО э цОЧУ, ЧТОБю ОНО
   ОсНАЧАвО, — НИ БОвЬфЕ, НИ МЕНЬфе».

8. Из первого слова первой строки сразу определяется пара *Р — Г*.
9. Из первого слова четвёртой строки — пара *В — Л*.
10. Из последнего замечания с учётом первого слова второй строки получаем пару 3 — *С*.
11. Подставив пары *Р — Г*, *В — Л* и *С* — 3 в текст, получаем:

    «— *КОГДА э УПОТРЕБЛэы, КАКОЕ-НИБУДЬ*
    СЛОВО, — СКАЗАЛ фАЛТАЙ-БОЛТАЙ
    ДОВОЛЬНО ПРЕЗРИТЕЛЬНО, — ОНО ОЗНАЧАЕТ
    ТОЛЬКО ТО, ЧТО э цОЧУ, ЧТОБю ОНО
    ОЗНАЧАЛО, — НИ БОЛЬфЕ, НИ меньфе».

12. Из этого текста уже совсем легко определяются пары *Э — Я*, *Ы — Ю*, *Ф — Ш*, *Ц — Х*, а весь текст полностью выглядит так:

    «— *КОГДА Я УПОТРЕБЛЯЮ, КАКОЕ-НИБУДЬ*
    СЛОВО, — СКАЗАЛ ШАЛТАЙ-БОЛТАЙ
    ДОВОЛЬНО ПРЕЗРИТЕЛЬНО, — ОНО ОЗНАЧАЕТ
    ТОЛЬКО ТО, ЧТО Я ХОЧУ, ЧТОБЫ ОНО
    ОЗНАЧАЛО, — НИ БОЛЬШЕ, НИ МЕНЬШЕ».

202. Известный венгерский математик Д. Пойа в таких случаях предлагал смотреть на условие задачи до тех пор, пока решение само не придёт в голову.

Последовав этому методу и присмотревшись к напечатанному условию задачи, можно заметить, что в зашифрованной фразе и фразе, предшествовавшей ей, все гласные буквы совпадают, а согласные — распределены по парам и каждая буква из пары заменяет другую из той же пары. Это значит, что здесь зашифрована первая фраза условия задачи.

203. У нас есть 70 мерседесов и 30 других машин. По условию, рядом с мерседесом может стоять либо мерседес того же цвета, либо другая машина. Чем больше мерседесов будут стоять парами, тем меньше понадобится других машин. Но пар мерседесов 35, а на их «окружение» понадобится 33 другие машины. Если мерседесы стоят не обязательно парами, то других понадобится ещё больше. Но других машин по условию всего 30, значит, поставить можно только 32 пары. То есть должны рядом стоять три одинаковых мерседеса.

204. Для того чтобы заварить 57 стаканов, необходимо иметь не меньше чем (57 : 3) и не больше чем (57 : 2) пакетиков, т. е. не меньше 19 и не больше 28 пакетиков. Для того чтобы заварить 83 стакана, необходимо иметь не меньше чем (83 : 3) и не больше чем (83 : 2) пакетиков, т. е. не меньше 28 и не больше 42 пакетиков. Поскольку пакетиков было одинаковое количество, то единственный возможный *ответ*: 28 пакетиков.

205. Поскольку у каждого ребёнка по 3 карточки, а надписей всего 2, то обязательно 2 надписи должны совпадать, т. е. каждый может написать либо МАМА (таких детей 20), либо НЯНЯ (таких детей 30). Значит, всего детей 50. Но если у ребёнка все три карточки одинаковы, то он не сможет написать слово МАНЯ (а таких было 40). Значит, три одинаковые карточки у $50-40=10$ детей.

206. Достаточно нанести промежуточные деления в точках 1 см, 3 см, 7 см. Тогда у нас образуются 4 отрезка: 1 см, 2 шт. по 2 см и 4 см. Нетрудно убедиться, что такой линейкой можно измерять расстояния от 1 до 9 см с точностью до 1 см.

207. Такой квадрат составить нельзя, поскольку его периметр должен быть 50 см, т. е. стороны не являются целыми числами.

208. Это сделать можно. Один из вариантов ответа приведён в таблице.

1	11	21	31
51	41	71	61
81	91	101	111
131	121	151	141

209. Сейчас в предложении двадцать букв. Это значит, что мы должны вставить число не менее 20, что добавит, как минимум, 8 букв. Но если мы вставим числа 28 или 29, предложение не станет истинным. Значит, искомое число не менее 30, что добавляет, как минимум, те же 8 букв. Перебрав все числа от 31 до 39 (и не забывая об окончании), получим единственный ответ «В этом предложении *тридцать две* буквы».

210. Если первая буква была a, а вторая — b, то третья будет $(a+b)$, четвёртая — $(a+2b)$, пятая — $(2a+3b)$, шестая — $(3a+5b)$. Нам надо подобрать максимальное возможное значение a, чтобы при этом шестая цифра оставалась «цифрой», т. е. чтобы выполнялось неравенство $3a+5b<10$. Это возможно при $a=3$, $b=0$, т. е. искомое число будет 303 369.

211. Казалось бы, эта задача очень похожа на предыдущую, однако решение совсем другое. Число будет тем больше, чем больше в нём цифр. А всего цифр будет тем больше, чем меньше первые две цифры. Проверим. Если первые цифры 1 и 0, то получаем 10 112 358. Если первые цифры будут 1 и 1, то получим 112 358, если 2 и 0, то получим 202 246. Итак, искомое число 10 112 358.

212. Поставим в 1-й вершине число x, во 2-й поставим $1-x$, в 3-й поставим $1+x$, в 4-й поставим $2-x$, в 5-й поставим $2+x$. Тогда при любых значения x суммы чисел на четырех сторонах составят, соответственно, 1, 2, 3, 4. Чтобы сумма чисел на 5-й стороне была равна 5, надо подобрать x из условия $x + (2 + x) = 5$. Отсюда $x = 1{,}5$. Следовательно, в вершинах надо поставить, соответственно, числа 1,5; –0,5; 2,5; 0,5; 3,5.

213. Те 100 фунтов, которые остались, составляют $(100 - 10)\%$, т. е. 90%. Значит, 100 ф. есть 9/10. Отсюда можно найти исходное количество зёрна A. $A = 100$ ф.$\times 10/9$. Отсюда $A = 1000/9$ ф. или $111 + 1/9$ ф. Действительно, $(9/10) \times (111 + 1/9)$ ф. $= (9/10) \times$ $\times\ (1000/9)$ ф. $= 100$ ф.

214. Сначала заменим время в секундах временем в минутах: 6 минут 40 секунд заменим на $6 + 2/3$, или $20/3$, а 13 минут 20 секунд заменим на $13 + 1/3$, или $40/3$. Тогда за одну минуту холодной водой заполнится 3/20 ванны, горячей — 1/8 ванны, а вытечет 3/40 ванны. Следовательно, за одну минуту наполнится $(3/20) + (1/8) - (3/40)$, т. е. $(1/5)$ ванны. Значит, вся ванна наполнится за 5 минут.

215. Рассмотрим суммы чисел не по строкам, а по столбцам. Две последовательные цифры в столбцах дают в сумме 10, значит, сумма цифр в любом столбце будет 30. А всего столбцов 15. Значит, сумма всех цифр равна 450.

216. Поскольку на всю поездку (туда и обратно) «Москвич» потратил на 20 мин меньше, то на путь только в одну сторону он потратил на 10 мин меньше. Значит, встреча «Москвича» с грузовиком состоялась за 10 мин до предполагавшегося по расписанию времени посадки самолёта. Самолёт же приземлился за 30 мин до встречи грузовика с «Москвичом», т. е. на 40 мин раньше установленного в расписании времени.

217. За один месяц ребята собрали денег в пять раз меньше, чем за пять месяцев, т. е. 9937 р. Эта сумма является произведением числа учеников на ежемесячный взнос каждого из них. Число 9937 может быть представлено в виде двух сомножителей только двумя способами: $9937 = 9937 \times 1 = 19 \times 523$. Но учеников не может быть ни 9937, ни 523, ни 1. Следовательно, единственный вариант ответа: 19 школьников ежемесячно вносили по 523 р.

218. Поскольку Митя не мог провести один и тот же день и в Смоленске и в Вологде, значит, месяц начинался во вторник (ведь иначе первый вторник и первый вторник после первого понедельника совпали бы). Аналогично заключаем, что и второй месяц должен начинаться во вторник. Это возможно только в случае, когда один месяц —

февраль, а другой — март, причём год не високосный. Отсюда уже легко получить, что в Смоленске Митя был 1 февраля, в Вологде — 8 февраля, во Пскове — 1 марта, во Владимире — 8 марта.

219. На примере расшифровки названия первого города покажем способ рассуждений:

1. Первая буква либо *Б* (2), либо *У* (21).
2. Варианты для вторых букв: *БА* (21), *БК* (212), *УБ* (212), *УФА* (21221). Итак, возможный ответ — *УФА*, проверим, нет ли других.
3. Варианты для третьих букв: *БАБ* (212), *БАФА* (21221), *БКБА* (21221), *БКУ* (21221), *УБУ* (21221), *УББА* (21221).
4. Следующие варианты: *БАББА*, *БАБУ*.

Таким образом, мы выяснили, что поезд идёт из Уфы, а куда — вы сможете определить сами, рассуждая аналогично. При этом должно получиться название города БАКУ.

220. Если Петя вернётся домой за ручкой, то на весь путь он потратит на $3+7=10$ мин больше, чем потратил бы, если бы не возвращался. Это значит, что путь от того места, где он вспомнил про ручку, до дома и обратно занимает 10 мин. Следовательно, Петя вспомнил про ручку в 5 мин ходьбы от дома, т. е. он прошёл $\frac{1}{4}$ пути.

221. Если письма вынимают 5 раз в течение указанного времени, то интервалов будет 4, т. е. продолжительность одного интервала составит 3 часа.

222. Сколько бы ни стоили спички, общая сумма, которую должен заплатить Билл, должна делиться на 3: цена бутылки делится на 3, и цена шести коробков спичек тоже делится на 3, даже если цена одного коробка на 3 не делится. Бармен, однако, назвал общую сумму, не кратную 3. Значит, сумма была подсчитана неверно.

223. Представим себе, что между каждыми двумя друзьями протянута ниточка. Тогда каждый из 35 учеников будет держать в руке 11 концов ниточек, и значит, всего у протянутых ниточек будет $11 \times 35 = 385$ концов. Но общее число не может быть нечётным, так как у каждой ниточки 2 конца.

224. Общая сумма возрастов 11 игроков равна $11 \times 22 = 242$. После того как один игрок ушёл, эта сумма стала $10 \times 21 = 210$. Вычислив разницу, получим, что ушедшему игроку было 32 года.

225. Три раза подряд через каждые полчаса по одному удару часы будут бить только в 12:30, 13:00, 13:30. Четвёртый же раз один удар можно услышать, «захватив» последний из 12-ти ударов в 12:00. Таким образом, когда хозяин входил в кабинет, часы показывали 12:00.

226. «То» да «это», да половина «того» да «этого» — это полтора «того» да «этого», что в 2 раза больше трех четвертей «того» да «этого», т. е. составляет от них 200%.

227. Буратино может разделить свои монеты на три кучки по 7, 4, 4, или по 5, 5, 5, или по 3, 6, 6, или по 1, 7, 7 монет.

При первом взвешивании он положит на весы две кучки монет одинаковой величины. Если при этом весы оказались в равновесии, значит, все монеты на весах настоящие, а бракованная монета в оставшейся кучке. Тогда при втором взвешивании на одну чашку весов Буратино положит кучку с бракованной монетой, а на вторую — столько настоящих монет, сколько всего монет он положил на первую чашку, и тогда он сразу определит, легче фальшивая монета, чем настоящие, или тяжелее.

Если же при первом взвешивании весы оказались не в равновесии, значит, все монеты в оставшейся кучке настоящие. Тогда Буратино уберёт с весов лёгкую кучку, а монеты из тяжёлой кучки разделит на две равные части и положит на весы (если в кучке было 5 или 7 монет, предварительно добавит к ним одну настоящую монету). Если при втором взвешивании весы оказались в равновесии, значит, фальшивая монета легче настоящих, а если нет, то тяжелее.

228. Поскольку после каждой игры одна команда выбывает, то всего было сыграно 74 матча.

229. а) 71; чтобы получить очередное число, надо умножить предыдущее на 2 и вычесть порядковый номер предыдущего числа. б) 17; чтобы получить следующее число, надо умножить предыдущее на 2 и вычесть 1. в) 11 и 14; на чётных местах расположена последовательность 10, 11, 12, 13, ... , а на нечётных местах — последовательность 8, 9, 10, ... г) 17; каждое следующее число равно сумме двух предыдущих.

230. Определим сначала такие вопросы, на которые все, находящиеся в данный момент в стране A, ответят одинаково, а затем среди этих вопросов выберем такие, на которые в стране $Я$ ответят тоже одинаково, но по-другому.

Итак, находясь в стране честных людей, Алиса должна задать такой вопрос, на который и честный местный житель, и приезжий лгун дали бы один и тот же ответ, например «да». Смысл в том, чтобы ответ «да» на этот вопрос был для местного правдой, а для приезжего лгуна — ложью. Иными словами, этот вопрос должен относиться к таким обстоятельствам вопрошаемого, которые верны лишь для местных жителей. Таких обстоятельств два: наличие честности и принадлежность к числу местных жителей. Поэтому и вопросов два: либо «Вы честный?», либо «Вы местный?». На любой из этих вопросов в стране *А* всегда ответят «да». Но на первый вопрос: «Вы честный?» и в стране *Я*, как и повсюду в мире, тоже любой ответит «да». Поэтому первый вопрос Алисе не подойдёт, а вот второй («Вы местный?») — годится: в стране *А* на него всегда ответят «да», а в стране *Я* — «нет».

231. Что бы вы ни собирались зажечь — свечу, керосиновую лампу или печь, — всё равно начать придётся со спички.

232. Как и в задаче 230, вопрос должен относиться к такому обстоятельству, которое верно по отношению к одному из мальчиков (например, Феде) и неверно по отношению к другому. Таких обстоятельств, по условиям задачи, два: имя и честность. Поэтому и вопросов в простейшем виде может быть два: «Ты всегда говоришь правду?» или: «Тебя зовут Федя?» При желании любой из этих вопросов можно усложнять до бесконечности, например: «Твой друг говорит правду?», или «Твоего друга зовут Федя?», или «Ты честнее твоего друга?» и т. п.

Любопытно сравнить вопросы: «Ты честнее Вадима?» и «Ты честнее Феди?» На первый из них мальчики ответят одинаково — «да», а на второй — по-разному, ибо Федя не может быть честнее самого себя и, как честный человек, признает это.

233. Второй ответ Ильи отличается от первого, значит, что-то изменилось. Вопрос не менялся. Что же могло измениться, кроме вопроса? Только ситуация, в которой этот вопрос был задан. Поскольку в условии задачи ничего не сказано ни о местности, ни о личности задававшего, ни о температуре воздуха и т. д., то к свойствам ситуации, в изменении которых можно убедиться, относятся, во-первых, число вопросов, уже заданных Илье, и, во-вторых, время. Стало быть, возможных вопросов два: «Сколько вопросов я тебе уже задавал?» и «Который час с точностью до секунды?» Если же мы позволим себе пользоваться свойствами ситуации, не участвующими в условии задачи, то объяснений различия в ответах можно придумать сколько угодно. Например, один и тот же вопрос: «Я — мужчина?» ему задали сначала папа, а потом — мама.

234. В начале было $n/6$ детей, у которых в руках было поровну флажков, и $5n/6$ детей, у которых не поровну. Допустим, что в начале у $n/2+a$ детей в одной руке было ровно на один флажок меньше, чем на другой. Тогда после перекладывания у этих $n/2+a$ детей будет неравное количество флажков в руках, да и у тех $n/6$ детей, у которых в начале было поровну, тоже будет не поровну. Значит, всего не поровну будет $(n/2 + a) + n/6 > 2/3$. Мы пришли к противоречию, которое доказывает, что в начале *менее* чем у половины детей в одной руке было ровно на один флажок меньше, чем в другой.

235. В банке может быть только квас, ибо из условия следует, что там не лимонад, не вода и не молоко. В чашке — лимонад, так как известно, что там не молоко, не вода и не квас. Поскольку в стакане не молоко, не квас, не лимонад — значит, вода, а в кувшине — то, что осталось, т. е. молоко.

236. Конечно, верно. Наташа собрала грибов больше, чем Алёша, а Ира — не меньше, чем Витя.

237. Четыре мушкетёра могут тремя различными способами разбиться на пары. Если мы заменим каждого мушкетёра номером его места в соревновании, то пары эти будут выглядеть так: (1, 2)–(3, 4), (1, 3)–(2, 4), (1, 4)–(2, 3).

Понятно, что в первых двух случаях обязательно победят первые пары (в первом случае очень легко, во втором — труднее), а в третьем исход поединка может быть любым (в нашем случае это оказалась ничья).

Следовательно, 1-е и 2-е места заняли д'Артаньян и Портос, 1-е и 3-е — Портос и Атос, а 2-е и 4-е — д'Артаньян и Арамис. Отсюда уже сразу следует, что по силе мушкетёры распределяются так: Портос, д'Артаньян, Атос, Арамис. Причём это можно определить, даже не используя результат третьего поединка (Портос и Арамис против Атоса и д'Артаньяна).

238. Заметим следующее: кубик, стоящий в центре, соприкасается с шестью кубиками; кубики, стоящие в вершинах, — с двумя; а кубики, стоящие на сторонах треугольника, — с четырьмя. Отсюда сразу можно заключить, что при новой перекладке кубик из центра может попасть только в вершину, а в центр, наоборот, — только из вершины.

Для определённости, пусть в центр попадёт кубик 1, а кубик 5 — в верхнюю вершину. Тогда на место кубиков 2 и 3 могут лечь только кубики 7 и 10, поскольку остальные кубики уже соприкасались с кубиком 5 (рис. 238.1). В нижние вершины должны лечь кубики 2 и 3. Расположение остальных кубиков определим перебором. Окончательный вариант показан на рис. 238.2.

Заметим, что уже имея одно решение, можжно получить ещё несколько. Во-первых, пирамиду можно поворачивать на 120°, что

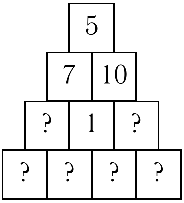


Рис. 238.1

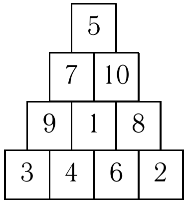


Рис. 238.2

даст ещё два решения. Во-вторых, её можно симметрично отражать относительно медианы верхней вершины — при этом число решений удваивается. Кроме того, напомним, что в самом начале в качестве центрального кубика мы взяли 1, хотя могли взять 1, 7 или 10, и это даст утроение общего количества ответов. Таким образом, из приведённого на рис. 238.2 решения можно получить ещё 17.

239. Поскольку 10 воробьёв склёвывают больше 1100 зёрнышек, то 9 воробьёв будут склёвывать больше чем $(1100:10)\times 9=990$ зёрнышек. При этом известно, что 9 воробьёв склёвывают меньше чем 1001 зёрнышко. Единственное делящееся на 9 число в промежутке от 991 до 1000 — это 999. Значит, 9 воробьёв склёвывают 999 зёрнышек, а 1 воробей — 111 зёрнышек.

240. Если цифру 2 в числе 102 передвинуть вверх, на место показателя степени, то исходное равенство примет вид $101-10^2=1$ и будет верным.

241. Это невозможно: ведь если нечётно произведение, значит, нечётны все четыре сомножителя. Но тогда сумма этих четырех сомножителей — чётное число.

242. Каждый раз число добавляемых точек на 1 меньше, чем число тех, которые были. Значит, общее количество точек будет нечётным.

243. Проверим, нет ли среди наших палочек пар одной длины и разного цвета. Если есть — отложим эти пары в сторону, если нет — выберем самую короткую палочку. Теперь возьмём любую палочку другого цвета и отпилим от неё палочку такой же длины, как первая. Две одинаковые по длине, но разные по цвету палочки отложим в сторону, а оставшийся после отпиливания кусочек приложим к оставшимся палочкам. Теперь их будет уже меньше, но при этом сумма длин красных палочек останется равной сумме длин синих. Повторив предыдущую операцию несколько раз, в конце концов распилим палочки на пары, в которых длины совпадают, а цвета отличаются, что и требуется.

Можно поступить по-другому. Сложим из синих палочек синюю палку общей длиной 30 см, а из красных — красную палку длиной 30 см. Теперь на синей палке сделаем разрезы в тех местах, в которых они есть на красной, а на красной палке — в тех местах, в которых они есть на синей. Тогда красная и синяя палки будут разрезаны на палочки попарно равной длины.

244. Поскольку скорость Толи составляет $\frac{9}{10}$ от скорости Серёжи, то к моменту, когда финишировал Антон, Толя пробежал $\frac{9}{10}$ расстояния, преодолённого Серёжей, т. е. $90 \times \frac{9}{10} = 81$ м. Значит, к этому моменту Толя отставал от Антона на $(100 - 81) = 19$ м.

245. У Вали туфли не синие (по условию) и не красные (красные — у Маши), следовательно, у Вали белые туфли; у Нади, таким образом, оставшиеся синие. Это в свою очередь означает, что у Нади — синее платье (по условию, цвета туфель и платья у Нади совпадают). Тогда у Вали — красное платье, а у Маши — белое (поскольку у них по условию туфли и платья разного цвета, причём не синего, так как всё синее — на Наде). Итак: у Нади туфли и платье синего цвета; у Вали туфли белые, платье красное; у Маши туфли красные, платье белое.

246. Да, обязательно. Если бы монет каждого из четырех типов было не более 6, то всего монет было бы не более $6 \times 4 = 24$, а их 25.

247. Сумма двух чисел, стоящих у вершины и у противоположной стороны, равна сумме трех чисел, стоящих у трех вершин. Поскольку эта сумма неизменна, то и сумма числа, стоящего у вершины, и числа, стоящего у противоположной стороны, будет постоянна для любой вершины треугольника.

248. Если комнат 55, а букетов 60, то, чтобы соблюсти условия задачи, не больше 5 комнат могут получить более одного букета. Но таких комнат 6. Значит, комнат должно быть не больше 54, т. е. 55 никак быть не может.

249. Да, любую. Если эта сумма кратна 3 (наименьшее возможное число 9), используем только 3-рублёвые купюры. Если при делении на 3 она даёт остаток 1 (наименьшее возможное число 10), то берём две 5-рублёвые купюры, остальное доплачиваем 3-рублёвыми. Если же при делении на 3 сумма даёт остаток 2 (наименьшее возможное число 8), то берём одну 5-рублёвую купюру, остальное доплачиваем 3-рублёвыми.

250. Для удобства перечислим все условия: 1) матросу 20 лет; 2) в команде шесть человек; 3) рулевой вдвое старше юнги; 4) рулевой на 6 лет старше машиниста; 5) юнге и машинисту в сумме в два раза больше лет, чем боцману; 6) боцман на 4 года старше матроса; 7) средний возраст команды 28 лет.

Из условий 2 и 7 следует, что сумма возрастов всех членов команды $(28 \times 6) = 168$ лет. Из условий 1 и 6 следует, что боцману 24 года. Отсюда и из условия 5 следует, что юнге и машинисту вместе 48 лет. Отсюда и из условий 3 и 4 мы можем определить возраст юнги и машиниста:

$$\begin{cases} Ю + М = 48, \\ 2Ю = М + 6, \end{cases}$$

здесь $Ю$ — возраст юнги, $М$ — машиниста. Решив эту систему уравнений, определим, что юнге 18 лет, а машинисту — 30. Отсюда и из условий 3 и 4 следует, что рулевому 36 лет.

Зная возраст пяти членов команды и сумму возрастов всех шестерых членов команды, можем определить возраст капитана: $К = 168 - (20 + 24 + 18 + 30 + 36) = 40$. Итак, капитану 40 лет.

251. Поскольку число школьников, получивших ту или иную оценку, всегда целое, то для решения задачи нам надо найти целое число, меньшее 50, одновременно делящееся на 7, 3, 2. Единственным возможным ответом является число 42. Это значит, что всего в классе 42 ученика; 6 из них получили пятёрки; 14 — четвёрки; 21 — тройки. Следовательно, двойку получил 1 ученик.

252. Джо может, например, спросить: «Что бы Вы мне ответили вчера на вопрос, какой стул неисправен?» И независимо от того, говорит ли сегодня стражник правду или ложь, ответ на это вопрос всегда будет неверным.

Интересно, что, если Джо в этом вопросе вместо слова «вчера» использует «позавчера», т. е. спросит: «Что бы Вы мне ответили позавчера на вопрос, какой стул неисправен?», ответ всегда будет правдивым, независимо от того, говорит ли стражник правду сегодня или говорил её вчера.

254. Обозначим вес рюкзака — $Р$, вес чемодана — $Ч$, вес саквояжа — $С$, вес корзины — $К$. Тогда условия задачи можно записать в таком виде: 1) $Ч > Р$; 2) $С + Р > Ч + К$; 3) $К + С = Ч + Р$. Из условий 1) и 2) следует, что $С > К$. Действительно, если бы выполнялось условие $К > С$, то с учётом этого и условия $Ч > Р$, получилось бы, что

$К + Ч > С + Р$, а это противоречит условию 2). Из условий 2) и 3) следует, что $2С + Р + К > 2Ч + Р + К$, или $С > Ч$. Но, если $С > Ч$, то условие 3) может выполняться только при $Р > К$. Таким образом, нам известно, что $Ч > Р$, $С > К$, $С > Ч$, $Р > К$. Выполнение всех четырех неравенств возможно только в случае, когда $С > Ч > Р > К$. Следовательно, самой тяжёлой вещью является саквояж, несколько легче чемодан, ещё легче рюкзак, а самая лёгкая — корзина.

255. Поскольку мы меняем знаки каждый раз в восьми клетках, то произведение всех чисел в таблице не меняется. А раз в начале оно было равно -1, то $+1$ оно никогда быть не сможет.

256. Эта площадь равна 0. Подумайте, почему.

257. Произведение любой последовательности чисел, среди которых есть числа, оканчивающиеся на 5, будет заканчиваться либо на 0 (если в последовательности есть хотя бы одно чётное число), либо на 5 (если все числа нечётны). У нас в обоих случаях отсутствуют чётные числа, но есть числа, оканчивающиеся на 5, поэтому последней в обоих произведениях будет цифра 5.

258. Если мы спросим: «Что ответит твой брат на вопрос: „Ты Вася?“» — то в ответ всегда услышим неправду, так как будет либо ложно передан истинный ответ, либо истинно — ложный. Вася скажет «да», а Ваня — «нет».

259. После первого вычёркивания останутся лишь те цифры, первоначальные номера которых чётны, после второго — те, чьи первоначальные номера делились на 4, после третьего — на 8 и т. д. Перед последним вычёркиванием останется цифра, первоначальный номер которой равен наибольшей возможной степени 2, т. е. равен 64. Это цифра 4.

260. Поскольку речь идёт не о линейных размерах, а о площади, то и число людей надо уменьшить не в 1 000 000, а в $1\ 000\ 000^2$, т. е. в триллион раз.

261. Сначала постараемся понять, почему в стандартном наборе домино именно 28 косточек. Для этого нарисуем табличку из косточек.

Здесь на каждой косточке первая цифра соответствует номеру ряда (начиная нумерацию с нуля), а вторая — номеру столбца, в котором эта косточка находится. Вдоль каждой стороны расположены семь косточек. Значит, всего их здесь $7 \times 7 = 49$. При этом все «дубли» встречаются по одному разу, а все «не дубли» — по 2 раза. «Дублей» всего 7 (от 0–0 до 6–6), следовательно, «не дублей» в обычном домино $(49 - 7) : 2 = 21$. А всего косточек в наборе $7 + 21 = 28$.

0 0	0 1	0 2	0 3	0 4	0 5	0 6
1 0	1 1	1 2	1 3	1 4	1 5	1 6
2 0	2 1	2 2	2 3	2 4	2 5	2 6
3 0	3 1	3 2	3 3	3 4	3 5	3 6
4 0	4 1	4 2	4 3	4 4	4 5	4 6
5 0	5 1	5 2	5 3	5 4	5 5	5 6
6 0	6 1	6 2	6 3	6 4	6 5	6 6

Если все номера будут изменяться не от 0 до 6, а от 0 до 12, то «дублей» будет 13, рядов косточек в табличке — по 13, и общее число «не дублей» составит $(13 \times 13 - 13) : 2 = 78$. Всего же косточек, т. е. «не дублей» вместе с «дублями», будет $(78 + 13) = 91$.

262. У Володи сначала было в 3 раза больше орехов, чем у Павлика, — это следует из того, что, когда Павлик получил от Володи столько орехов, сколько у него уже было, у мальчиков стало их поровну. Итак, число орехов у Володи было кратно 3. Но после того, как он отдал часть орехов Павлику, число его орехов всё равно осталось кратно 3 — иначе он не смог бы их разделить поровну между тремя белками. А это в свою очередь значит, что Володя отдал Павлику 3 ореха.

263. а) Рассмотрим произведение простых чисел от 2 до 11. Оно равно 2310. Теперь рассмотрим числа 2312–2321. Среди этих десяти чисел нет ни одного простого числа. Действительно, чётные числа делятся на 2, числа 2313 и 2319 делятся на 3, 2315 делится на 5, 2317 — на 7, 2321 — на 11.

б) Непосредственной проверкой можно убедиться, что все числа от 2312 до 2332 — составные, а 2333 — простое. Значит, в интервале от 2325 до 2334 ровно одно простое число.

в) В интервале от 30 до 39 два простых числа.

г) В интервале от 22 до 31 три простых числа.

д) В интервале от 10 до 19 четыре простых числа.

е) В интервале от 2 до 11 пять простых чисел.

Среди десяти последовательных натуральных чисел (бóльших 5), обязательно пять чётных, а из нечётных одно кратно 5. Это значит, что среди десяти последовательных чисел простыми могут быть не более четырех чисел. В интервале от 2 до 11 простых чисел больше, потому что это единственный интервал, в котором числа, оканчивающиеся на 2 и 5, — простые.

264. В первый день Вася прочёл $\frac{1}{2}$, во второй день $\frac{1}{3}$ от $\left(1-\frac{1}{2}\right)$, т. е. $\frac{1}{6}$. Следовательно, за первые 2 дня Вася прочёл $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\right)=\frac{2}{3}$ книги; значит, в третий день он прочёл оставшуюся $\frac{1}{3}$ книги, т. е. успел за 3 дня прочесть всю книгу.

265. Обозначим число, задуманное Лёней, через x. Тогда можно составить уравнение

$$\left\{\left[((x+5):3)-4\right]-6\right\}:7=2.$$

Перенеся последовательно все числа из левой части в правую, получим новое уравнение

$$x=\left\{\left[((2\times 7)+6):4\right]\times 3\right\}-5,$$

из которого легко определяем, что $x=10$. Отсюда, кстати, видно, что для определения задуманного числа (которое мы обозначили через x) нужно с полученным Лёней числом (т. е. с 2) проделать обратные действия в обратном порядке.

266. Возьмём монеты достоинством 1, 1, 3, 5, 10, 10, 20, 50 коп. Покажем, как при помощи этих монет можно заплатить сумму от 1 до 10 коп.: $1=1$; $2=1+1$; $3=3$; $4=3+1$; $5=5$; $6=5+1$; $7=5+1+1$; $8=5+3$; $9=5+3+1$; $10=5+3+1+1$. Теперь покажем, как заплатить 10, 20, …, 100 коп.: $10=10$; $20=20$; $30=20+10$; $40=20+10+10$; $50=50$; $60=50+10$; $70=50+20$; $80=50+20+10$; $90=50+20+10+10$; $100=50+20+10+10+5+3+1+1$. Следовательно, располагая указанным набором монет, можно заплатить любую сумму от 1 коп. до 100 коп. Например, чтобы заплатить 78 коп., надо отдельно использовать возможность заплатить 70 коп. и 8 коп.

267. Таких чисел девять: 19, 28, 37, …91.

268. Первая цифра телефона равна количеству букв в фамилии, а три оставшихся — порядковым номерам в алфавите первой и последней букв фамилии. Отсюда следует, что телефон Огнева — 5163.

269. Делаем два взвешивания. Первое — на одной чашке весов монеты в 2 коп. и 3 коп., на другой — в 5 коп. Второе — на одной чашке весов монеты в 1 коп. и 2 коп., на другой — в 3 коп. При этом возможны четыре варианта.

1. Если вдруг все монеты небракованные — весы оба раза будут в равновесии.
2. Если бракованной окажется монета в 1 коп. — при первом взвешивании весы будут в равновесии, при втором — нет.
3. Если бракованной окажется монета в 5 коп. — второй раз весы будут в равновесии, первый раз — нет.
4. Если оба раза весы не будут в равновесии, то бракованной окажется монета либо в 2 коп., либо в 3 коп. Тогда результат первого взвешивания покажет нам, тяжелее или легче бракованная монета, чем настоящие, а результат второго взвешивания определит эту монету.

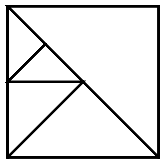
270. Отвешиваем 12 кг гвоздей и откладываем их в сторону. От оставшихся 12 кг отвешиваем 6 кг и откладываем их в другую сторону. От оставшихся 6 кг отвешиваем 3 кг и соединяем их с отложенными 6 кг. Получаем искомые 9 кг гвоздей.

271. Вес бидона равен разности между удвоенным весом бидона, наполненного до половины (т. е. вес содержимого + удвоенный вес бидона), и весом полного бидона (т. е. вес бидона + вес содержимого). Значит, вес бидона 1 кг.

272. Женя сможет определить цвет своей шапки, только если и на Лёве и на Грише будут надеты белые шапки. Поскольку он не назвал цвет своей шапки, значит, на Лёве и Грише либо обе шапки чёрные, либо — одна белая, другая чёрная. Если бы на Грише была белая шапка, то Лёва, услышав ответ Жени, мог бы точно сказать, что на нём — чёрная. А раз он этого не сказал, значит, Гриша может быть уверен, что на нём надета чёрная шапка.

273. Из 100 л молока получится 15 кг сливок, а из 15 кг сливок — 4,5 кг масла.

274. Чисел, содержащих не более трех цифр, — 999 (от 1 до 999). Из них 99 содержат менее трех цифр, а остальные $999 - 99 = 900$ — ровно три цифры.



275. Разрежем квадрат по диагонали. Один из треугольников отложим в сторону. Теперь на какие бы треугольники мы ни разрезали второй треугольник, условие задачи будет выполнено. Один из возможных вариантов приведён на рисунке.

276. Если бы кормили только собак, понадобилось бы $10 \times 6 = 60$ галет. Лишние 4 галеты понадобились бы потому, что собака съедает на одну галету больше, чем кошка. Это значит, что кошек было 4, а собак, соответственно, 6.

277. Один из двоих — Дима или Андрей — явно говорит неправду (их слова противоречат друг другу). И Игорь тоже говорит неправду, так как в противном случае неправду говорили бы трое (Никита, Глеб и либо Дима, либо Андрей), а по условию задачи неправду говорят только двое. Это означает, что и Никита и Глеб оба сказали правду. Следовательно, пирог испёк Игорь.

278. Очевидно, что чем больше флажков справа от первоклассника, тем «левее» его место в шеренге. Справа от Максима кто-то стоит (иначе справа от него не было бы флажков). Но все, кроме Даши, наверняка стоят левее Максима. Значит, справа от Максима стоит Даша и держит 8 флажков.

279. Сумма написанных чисел нечётна (она равна 21). За каждый ход эта сумма увеличивается на 2, т. е. всегда остаётся нечётной. А сумма шести равных чисел всегда чётна. Это значит, что сделать числа равными невозможно.

280. Из того, сколько заплатил первый ковбой, можно узнать, сколько стоят 8 сандвичей, 2 чашки кофе и 20 пончиков. А из того, сколько заплатил второй ковбой, можно узнать, сколько стоят 9 сандвичей, 3 чашки кофе и 21 пончик. Разность этих сумм даст как раз стоимость сандвича, чашки кофе и пончика, а именно 40 центов.

281. Ни 1, ни 2, ни 3 января не могут приходиться ни на понедельник, ни на пятницу, поскольку в противном случае 29, 30 или 31 января получатся пятой пятницей или пятым понедельником в месяце. Наше условие может быть выполнено, только если 1, 2 и 3 января придутся, соответственно, на вторник, среду и четверг. Значит, 1 января — вторник.

282. Если бы в каждом месяце родилось не более трех учеников этого класса, то в классе не могло бы учиться больше, чем $3 \times 12 = 36$ учеников, а их по условию 38.

283. Если от шнурка отрезать $\frac{1}{4}$, останется как раз 50 см. Действительно, $\frac{2}{3} - \left(\frac{2}{3} \times \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}$.

284. Когда 8 белых одуванчиков облетели, на лужайке осталось 27 одуванчиков — 18 жёлтых и 9 белых. Значит, вначале на лужайке росли $18 + 2 = 20$ жёлтых и $9 + 8 - 2 = 15$ белых одуванчиков.

285. Все семьи города можно условно представить в виде цепочек, в которых после каждой семьи будет стоять та, в дом которой семья переехала. Все эти цепочки будут замкнутые (может быть, будет всего одна цепочка). В цепочках, в которых представлено чётное число семей, будем красить дома попеременно в синий и зелёный цвета — тогда каждая семья переедет из синего дома в зелёный или наоборот. А в тех цепочках, где число семей нечётно, покрасим один дом в красный цвет, а оставшееся чётное число домов — попеременно в синий и зелёный. Тогда все дома будут покрашены с выполнением требований задачи.

286. В первой табличке на каждой строке в первом столбце стоит основание степени, в третьем — показатель степени, во втором — результат возведения в степень. Таким образом, недостающее число 49.

Вторая табличка построена по-другому: в ней собраны пары равных чисел, но один раз число записано в виде десятичной дроби, другой раз — в виде обыкновенной. Таким образом, здесь лишнее число $\frac{5}{13}$.

287. Поскольку суммы любых трех, последовательно записанных по кругу чисел равны между собой, то каждые *третьи* числа равны между собой. Рассмотрим два случая: а) количество записанных чисел не кратно 3; б) количество записанных чисел кратно 3.

В первом случае все числа будут равны между собой, а во втором — сумма их будет кратна 3. Второй случай невозможен, так как 37 на 3 не делится. В первом случае единственная возможность — записать по кругу 37 единиц.

288. Черноволосым был не мастер (так как мастер подтвердил его слова). Это значит, что черноволосый — Рыжов. Седов тогда может быть только рыжим, а кандидат в мастера Чернов — седым.

289. Заранее было определено 5 выстрелов, остальные 12 Гена заслужил попаданиями в цель — по 2 выстрела за каждое. Значит, попаданий было 6.

290. Номер билета — 99999. Если бы в билете были хотя бы две неравные цифры, то их можно было бы поменять местами и сосед не смог бы *наверняка* решить задачу. Если же все цифры равны, но меньше 9, всегда есть возможность одну цифру увеличить на 1, другую — уменьшить, т. е. имеется дополнительный вариант решения. И только в случае, когда соседу 45 лет и номер билета 99999, — решение получается единственным.

291. Разложим число 203 на множители и получим: $203 = 7 \times 29$. Значит, в нашем случае все остальные сомножители должны быть представлены единицами. Поскольку сумма всех этих сомножителей также будет 203, то в произведении должно быть $203 - (7 + 29) = 167$ единиц: $203 = 7 \times 29 \times 1 \times 1 \times \ldots \times 1 = 7 + 29 + 1 + 1 + \ldots + 1$.

292. Число 13 на 2 меньше 15. Значит, при одном и том же частном n остаток от деления на 15 на $2n$ больше, чем остаток от деления на 13, т. е. $2n = 8$. Отсюда делимое m равно $15 \times 4 = 13 \times 4 + 8 = 60$.

293. Возраст младшего ребёнка не может быть чётным числом, так как иначе возрасты старших детей не будут простыми числами. Он не может оканчиваться на 1, 3, 7, 9 — иначе возраст одного из старших детей будет делиться на 5. Единственное простое число, удовлетворяющее этим условиям, — 5. Проверка показывает, что если возраст младшего ребёнка будет равен 5 годам, возрасты всех старших будут выражаться простыми числами.

294. Поскольку в зелёном платье — не Ася, не Катя и не Нина, остаётся Галя. Катя не в зелёном платье, не в белом и не в розовом, значит, в голубом. Итак: Галя стоит между Катей и Ниной, а значит, и Ася тоже стоит между Катей и Ниной. То есть девочки стоят так: Галя (в зелёном), Катя (в голубом), Ася, Нина. Отсюда и из условия, что девочка в белом платье стоит между девочкой в розовом платье и Катей, следует, что Ася в белом платье, а Нина — в розовом.

295. Искомая точка находится ровно посередине между нанесёнными двумя, поскольку среднее арифметическое любых двух чисел на столько же меньше большего числа, на сколько больше меньшего.

296. Да, конечно. Возьмём, например, произведение любых двух положительных чисел, меньших 1, или возьмём одно число произвольным отрицательным, а другое — положительным, бóльшим 1.

297. Число, которое в 5 раз больше суммы своих цифр, должно делиться на 5. Значит, оно оканчивается на 0 или на 5. Однако на 0 оно оканчиваться не может, ибо в этом случае будет в 10 раз больше суммы своих цифр. Итак, искомое число можно записать в виде $10a + 5$. Сумма цифр этого чиста равна $a + 5$. Значит, можно составить уравнение

$$10a + 5 = 5(a + 5).$$

Решив его, получим: $a = 4$, искомое же число 45.

298. В течение каждых 6 с часы бьют 4 раза: на 2-й, 3-й, 4-й и 6-й секундах. Значит, 13 раз они ударят, когда пройдёт три раза по 6 с, ещё один удар, т. е. — на 20-й секунде. Поскольку первый удар раздался на 2-й секунде, пауза между первым и последним ударами составляет 18 с.

299. Из того, как выложились тетради в первый раз, следует, что в исходной стопке серая тетрадь не могла лежать выше жёлтой, а жёлтая — выше красной. Из второй же раскладки видно, что красная тетрадь не могла лежать выше коричневой, а синяя — выше жёлтой и серой. Таким образом, единственная возможная последовательность тетрадей в стопке: коричневая, красная, жёлтая, серая, синяя.

300. Поскольку среди слагаемых в ребусе есть одно двузначное и два однозначных числа, а сумма — число трехзначное, то это трехзначное число должно начинаться с 1, а двузначное число начинается не менее чем с 8. Итак, $C = 1$, $B = 8$ или 9. Если бы B было равно 8, то C при любом A должно было бы быть чётным (см. последний столбец).

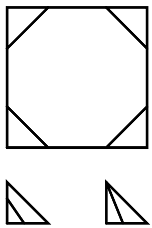
$$\begin{array}{rccc} & & & A \\ + & & B & B \\ & & & A \\ \hline & C & C & C \end{array}$$

Но $C = 1$, значит, $B = 9$. Зная B и C, определяем, что $A = 6$. Итак, при замене букв цифрами получаем: $6 + 99 + 6 = 111$.

301. Предположим, что Роман не физик, тогда (по условию 2) Пётр математик, но если Пётр математик, то Сергей (по условию 1) не физик — получилось явное противоречие. Значит, Роман — физик. Тогда Сергей математик — иначе (по условию 3) Роман был бы химиком. Значит, Пётр — химик. Итак: Пётр — химик, Роман — физик, Сергей — математик.

302. В четвёртом пенале должны лежать предметы, которые уже встречаются в первых трех пеналах, но только по одному разу. Это синяя ручка, оранжевый карандаш и красный ластик.

303. Поскольку пропавшие пять многоугольников являются выпуклыми, то ни один из них не может иметь с восьмиугольником границу больше чем по одной стороне. А это значит, что как минимум три стороны восьмиугольника принадлежат квадрату. Это соображение позволяет однозначно восстановить размеры квадрата; длина его стороны равна расстоянию между противоположными сторонами восьмиугольника.



Интересно, что хотя мы и можем восстановить размеры квадрата, но не можем точно сказать, из каких многоугольников он состоит. Только 4 многоугольника можно восстановить — это восьмиугольник и три угловых треугольника. А про два последних многоугольника известно только то, что они образуют четвёртый угловой треугольник. Мы даже не можем точно восстановить количество сторон каждого — это могут быть треугольник и четырехугольник, или два треугольника (см. рисунок).

304. Запишем наши условия в виде системы уравнений:

$$\begin{cases} Б + 20В = 3Б; \\ 19Б + Н + 15{,}5В = 20Б + 8В, \end{cases}$$

здесь $Б$, $В$, $Н$ — бочка, ведро, насадка.

Требуется узнать, сколько насадок помещается в бочке.

Из первого уравнения следует, что емкость бочки 10 вёдер, а из второго — что в бочку помещаются 7,5 ведра и насадка. Значит, 1 насадка вмещает 2,5 ведра, или четверть бочки, т. е. в бочке 4 насадки.

305. Для удобства повторим условия: 1) Вика стоит впереди Сони, но после Аллы; 2) Боря и Алла не стоят рядом; 3) Денис не находится рядом ни с Аллой, ни с Викой, ни с Борей. Из условия 1 следует, что девочки стоят в таком порядке: Алла, Вика, Соня. Поскольку ни Денис, ни Боря не стоят рядом с Аллой (условия 2 и 3), значит, Алла стоит первой, а Вика второй. Из условия 3 следует, что Денис может стоять только с краю — рядом с Соней. А из условий 2 и 3 следует, что Боря может стоять только между Викой и Соней. Итак, дети стоят в следующем порядке: Алла, Вика, Боря, Соня, Денис.

306. Поскольку делимое в 6 раз больше делителя, значит, частное равно 6. А так как делитель в 6 раз больше частного, значит, он равен 36, а делимое, соответственно, равно 216.

307. Пусть приписана цифра a. Тогда полученное число записывается в виде $a10a$. Поскольку это число делится на 12, то оно должно делиться и на 4, и на 3. Это в свою очередь означает, что a делится на 4, а $(2a+1)$ делится на 3. Это возможно лишь при $a=4$, значит, приписать надо цифру 4, а число получается 4104.

308. Два года назад Лиза тоже была на 8 лет старше Насти. А если при этом она ещё была старше в 3 раза, то Насте было 4 года, а Лизе 12. Значит, сейчас Лизе 14 лет.

309. Попробуем найти такие числа. Обозначим их A, B, C, причём $A > B > C$. Условие задачи равносильно условию, что сумма любых двух из этих чисел делится на третье, т. е.

$$\begin{cases} A + B = cC; \\ A + C = bB; \\ B + C = aA, \end{cases}$$

здесь a, b, c — натуральные числа.

Поскольку $B < A$ и $C < A$, то $B + C < 2A$, т. е. последнее из трех равенств может выполняться только при $a = 1$. Значит, $A = B + C$.

Сделаем замену переменных в двух верхних уравнениях:

$$\begin{cases} 2B + C = cC; \\ B + 2C = bB. \end{cases}$$

Последнее равенство может выполняться только при $b = 2$, так как $B + 2C < 3B$ и $C \neq 0$. Значит, $B = 2C$, $A = 3C$. Таким образом, если в качестве слагаемых взять числа C, $2C$ и $3C$ (где C — произвольное натуральное число), то сумма, равная $6C$, будет делиться на каждое из слагаемых.

310. Простое число, большее 3, при делении на 6 не может давать остатки 0, 2, 3, 4 — в любом из этих случаев оно будет составным. Возможны только остатки 1 и 5. Следовательно, простое число можно записать как $6n + 1$ или $6n + 5$, но $6n + 5 = 6(n + 1) - 1$.

311. Будильник прозвенит, как только часовая стрелка первый раз после завода встанет на цифру 9, т. е. в 9 ч вечера. Это значит, что мальчик проспит всего 2 ч.

312. Да, делится, так как последняя цифра произведения 1, а последняя цифра разности 0.

313. При таком переливании во втором баке должно было быть больше 26 л бензина, а в первом — ещё больше, чем во втором. Следовательно, даже если надо было бы наполнить только эти два бака, всё равно на это не хватило бы 50 л. Значит, разделить бензин так, как требуется в условии, невозможно.

314. Если остаток был равен нулю, никаких изменений не произойдёт. Действительно, пусть наш пример был $AB : A = B$. Тогда новый пример будет $3AB : 3A = B$.

Если же остаток не был равен нулю, то при увеличении и делимого и делителя в 3 раза частное не изменится, а остаток увеличится втрое. Действительно, пусть первоначальный пример был такой — $(AB + a) : A = B$ (остаток $a < A$); тогда новый пример будет $(3AB + 3a) : 3A = B$ (остаток $3a$).

315. Если за решение каждой задачи все три девочки вместе получали 7 конфет (первая — 4, вторая — 2, третья — 1 конфету), значит, сумма всех полученных ими конфет должна обязательно делиться на 7, но 60 на 7 не делится. Следовательно, девочки ошиблись.

317. Обозначим через x возраст короля «тогда», а через y — возраст королевы «тогда». Отсюда получаем: возраст короля «теперь» — $2y$, возраст королевы «теперь» — x, а «будет» королеве $2y$ лет, т. е. от «тогда» до «будет» прошло y лет, значит, королю «будет» $(x+y)$ лет. Составим систему из двух уравнений:

$$\begin{cases} y+(x+y)=63; \\ 2y-x=x-y. \end{cases}$$

Первое уравнение означает, что «им вместе будет 63 года», а второе — что разность возрастов короля и королевы постоянна и «теперь», и «тогда», и «всегда». Решив эту систему уравнений, определим, что «сейчас» королю 28 лет, а королеве — 21 год.

Можно эту задачу решить и не составляя системы уравнений. Обозначим через t разницу возрастов короля и королевы «сейчас», «тогда» и «всегда». Поскольку «сейчас» королеве столько же лет, сколько было королю «тогда», значит, от «тогда» до «сейчас» прошло тоже t лет.

Разница между возрастом короля «сейчас» и королевы «тогда» равна сумме двух чисел — разницы этих возрастов «всегда» и отрезка от «тогда» до «сейчас». Эта сумма — $2t$ лет. Значит, возраст королевы «тогда» — $2t$ лет, а возраст короля «сейчас» — $4t$ лет. «Сейчас» королеве — $3t$ лет, и королю «было» — $3t$ лет.

Когда королеве станет $4t$ лет, королю будет $5t$ лет. И все вместе эти $9t$ составят 63 года. Отсюда $t=7$. Итак, «сейчас» королю 28 лет, а королеве — 21 год.

318. В каждый бидон перелито по $\frac{1}{3}$ объёма бака. Значит, объём первого бидона равен $\left(\frac{1}{3}:\frac{1}{2}\right)=\frac{2}{3}$ бака, объём второго — $\left(\frac{1}{3}:\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{2}$ бака, а объём третьего — $\left(\frac{1}{3}:\frac{3}{4}\right)=\frac{4}{9}$ бака, и все эти количества — целые числа. Чтобы $\frac{2}{3}$ некоторого целого числа являлись тоже целым, это число (вместимость бака) должно быть кратно 3. Аналогично, для второго и третьего бидонов оно должно быть кратно 2 и 9. Наименьшее общее кратное чисел 3, 2 и 9 — это 18. Значит, минимальная вместимость бака 18 л.

319. Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} x+y=xy; \\ xy=\dfrac{x}{y}. \end{cases}$$

Из второго уравнения следует, что $y^2 = 1$. Но решение $y = 1$ не годится, так как при этом значении не может выполняться первое уравнение. Значит, единственное возможное значение $y = -1$. Зная y, находим x из первого уравнения. *Ответ*: $x = \frac{1}{2}$; $y = -1$.

320. Делителями числа 1 000 000 000 будут девять двоек, девять пятёрок и любые комбинации их произведений. Но как только в произведении сомножителями одновременно будут и 5 и 2 — число будет оканчиваться на 0. Это значит, что единственными возможными сомножителями являются 2^9 и 5^9 (так как во всех остальных парах делителей есть числа, оканчивающиеся на 0). Проверка показывает, что оба эти числа не содержат нулей. Итак: $1\ 000\ 000\ 000 = (2^9 \times 5^9) = (512 \times$ $\times\ 1\ 953\ 125)$.

322. Эту задачу можно переформулировать так: «Можно ли разложить числа 1980, 1990, 2000 на однозначные множители?» Среди делителей числа 1980 — двузначное простое число 11, а среди делителей числа 1990 — трехзначное простое число 199, поэтому ни 1980, ни 1990 в такие произведения разложить нельзя. Число 2000 можно разными способами разложить на однозначные множители, например так: $2000 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$. Следовательно, таких чисел, как требуется в условии задачи, достаточно много. Вот, например, два из них — 555 422 и 25 855.

323. Это неравенство имеет большое количество решений. Вот некоторые из них: 0,0501; 0,050739; 0,050211. Как видите, у всех этих чисел совпадают первые три цифры после запятой.

324. Обозначим общее число служащих через x. Тогда на фирме стало $\frac{x}{3}$ республиканцев и $\frac{2x}{3}$ демократов. До этого же момента республиканцев было $\left(3 + \frac{x}{3}\right)$, а демократов $\left(-3 + \frac{2x}{3}\right)$, при этом известно, что количество их было одинаковым. Составим уравнение $\left(3 + \frac{x}{3}\right) = \left(-3 + \frac{2x}{3}\right)$, решив которое, получим $x = 18$. Отсюда вытекает, что первое условие задачи (один республиканец решил стать демократом) для определения общего числа служащих фирмы лишнее, хотя оно могло бы понадобиться для определения первоначального количества республиканцев и демократов в отдельности.

325. Когда одно число больше другого в 5 раз, их разность в 4 раза больше меньшего из чисел. Это значит, что меньшее число равно

$\frac{5}{4}$, а большее, соответственно, $\frac{25}{4}$, или в десятичной записи — 1,25 и 6,25.

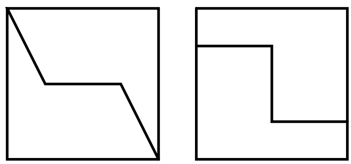
326. Обозначим наши числа через A, B, C, D, E, F, G, а их сумму через M, т. е. $M = A + B + C + D + E + F + G$. Тогда все числа $M - A$, $M - B$, $M - C$, $M - D$, $M - E$, $M - F$, $M - G$ будут делиться на 5. Следовательно, и их сумма обязательно должна делиться на 5. Сумма равна $7M - (A + B + C + D + E + F + G) = 6M$. Таким образом, $6M$ делится на 5. Это возможно только, если M делится 5. Но если числа M и $M - A$ делятся на 5, то тогда и A делится 5. Аналогично установим, что и все остальные числа — B, C, E, F и G — делятся на 5.

327. Для решения этого ребуса можно составить систему уравнений:

$$\begin{cases} A + C = 10; \\ A + B + 1 = C + 10; \\ A + 1 = B. \end{cases}$$

Решив эту систему, получим: $A = 6$, $B = 7$, $C = 4$. Ребус можно записать в виде $6 + 67 + 674 = 747$.

328. Разумеется, искомые многоугольники не могут быть выпуклыми. Одно из возможных решений показано на рисунке.



329. Для удобства изложения запишем этот ребус иначе.

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{r} \text{К И С} \\ \text{К С И} \end{array} \\ \hline \text{И С К} \end{array}$$

Из первого столбика видно, что К < И. Отсюда и из последнего столбика следует, что $\text{С} + \text{И} = \text{К} + 10$ (а не $\text{С} + \text{И} = \text{К}$). Тогда из второго столбика выводим $1 + \text{И} + \text{С} = \text{С}$, или $1 + \text{И} + \text{С} = 10 + \text{С}$. Первый вариант невозможен, а из второго сразу определяем, что $\text{И} = 9$. Отсюда $\text{К} = 4$, $\text{С} = 5$. Весь ребус расшифровывается так: $495 + 459 = 954$.

330. Поскольку всего на косточках домино имеется чётное число пятёрок (8 штук), то всякий раз, как мы к косточке с пятёркой прикладываем другую косточку с пятёркой, расходуются две пятёрки, так что остаётся чётное число неизрасходованных пятёрок. В итоге на концах должно остаться либо две пятёрки, либо ни одной, но никак не одна.

331. Выпишем все двузначные числа, делящиеся на 17 или 23. Это 17, 34, 51, 68, 85, 23, 46, 69, 92. У всех этих чисел последние цифры различны, значит, искомое число мы сможем восстановить однозначно.

Последняя цифра 1, значит, соответствующее двузначное чисто 51, т. е. предыдущая цифра в числе 5. Эта цифра 5 соответствует двузначному числу 85, следовательно, перед ней стоит цифра 8. Рассуждая аналогично, получим ряд из девяти последних цифр числа: 692 346 851. Набор 92 346 будет теперь всё время повторяться. Всего же цифр 1992, в том числе: 3 последние, наши 5 цифр из периода, встречающиеся 397 раз, и ещё 4 цифры — последние 4 цифры периода, они же — первые 4 цифры числа. Таким образом, первая цифра искомого числа 2.

332. Обозначим величину вступительного взноса через x. Тогда можно составить уравнение $10x = 15(x - 100)$, решив которое, определим $x = 300$ долларов.

Можно было бы решить эту задачу не составляя уравнения, рассуждая следующим образом: те 100 долларов, которые сэкономят 10 первоначальных членов клуба, заплатят 5 новых членов, т. е. каждый из 5-ти заплатит по 200 долларов. Таким образом, при 15-ти членах клуба общий взнос составит $(200 \times 15) = 3000$ долларов. Значит, для 10-ти участников членский взнос был равен $(3000 : 10) = 300$ долларов.

333. Перейдём к дробям с общим знаменателем 60 и получим: $\frac{3}{4} = \frac{45}{60}$; $\frac{4}{5} = \frac{48}{60}$; $\frac{5}{6} = \frac{50}{60}$. Отсюда следует, что здесь наибольшая дробь $\frac{5}{6}$. Возможно и другое решение задачи: первой дроби до 1 не хватает $\frac{1}{4}$, второй — $\frac{1}{5}$, третьей — $\frac{1}{6}$, следовательно, здесь наибольшая дробь $\frac{5}{6}$.

334. Второй туземец, кем бы он ни был, на вопрос: «Абориген ли Вы?» ответит положительно. Значит, проводник не обманул путешественника, следовательно, и он тоже абориген.

335. Каковы бы ни были числа p, $2p + 1$, $4p + 1$, одно из них всегда будет кратно 3. Действительно, p при делении на 3 может давать остаток 0, 1 или 2. В первом случае на 3 делится число p, во втором — $2p + 1$, в третьем — $4p + 1$.

Единственное простое число, делящееся на 3, — это 3. При $2p + 1 = 3$ или $4p + 1 = 3$ число p не будет простым. При $p = 3$ получаем: $2p + 1 = 7$, $4p + 1 = 13$. Таким образом, единственный возможный ответ: $p = 3$, $2p + 1 = 7$, $4p + 1 = 13$.

336. Если мы мысленно натянем ниточки между каждой кошкой и погладившим её посетителем, тогда от каждой кошки будут протянуты 3 ниточки и от каждого посетителя тоже 3. Значит, число ниток одновременно в 3 раза больше числа посетителей и в 3 раза больше числа кошек. Отсюда следует, что число кошек равно числу посетителей.

337. Проведём к каждой кошке стрелочку от сидящего рядом с ней более толстого, чем она, кота. Число стрелочек — 19 штук: столько, сколько кошек. Но, с другой стороны, от каждого кота не может идти больше 2-х стрелок, т. к. стрелки направлены на *соседних* кошек, да ещё не на всех, а только на более худых. Поэтому, если хотя бы от одного кота не идёт ни одной стрелки, т. е. рядом с этим котом нет более тонкой кошки, то стрелок не может быть больше чем 18 (число котов, от которых отходят стрелки, умноженное на число стрелок). Пришли к противоречию. Стало быть, предположение наше было неверным, значит, рядом с любым котом сидит кошка, которая тоньше него.

338. Обозначим искомое число через $10a + b$, тогда условие задачи примет вид:

$$10a + b = 2ab.$$

Это равенство может выполняться только при чётном b, т. е. $b = 2c$. Заменив в нашем уравнении b на $2c$, получим

$$10a + 2c = 4ac, \quad \text{или} \quad 5a + c = 2ac, \quad \text{или} \quad 5a = (2a - 1)c.$$

Чтобы выполнялось последнее равенство, необходимо, чтобы соблюдалось одно из двух условий:

$$2a - 1 = 5 \quad \text{или} \quad c = 5.$$

Если $c = 5$, то $b = 10$, что невозможно (b — цифра). Это значит, что $2a - 1 = 5$, откуда $a = 3$. Определив a, найдём: $c = 3$, $b = 6$, т. е. искомое число равно 36.

339. Выберем два кувшина разной формы. Если они при этом различаются по цвету, то задача решена. Если же они оказались одного цвета, тогда возьмём любой кувшин, не совпадающий с ними по цвету. Этот третий кувшин не будет совпадать с одним из двух наших кувшинов и по форме. Эти два кувшина (третий и тот, который не совпадает с ним по форме) и будут искомыми кувшинами.

340. Будем упрощать наше произведение:

$$\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1-\frac{1}{16}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{225}\right) =$$
$$= \left[\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\right]\left[\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\right]\left[\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)\right] \times \ldots$$

$$\ldots \times \left[\left(1-\frac{1}{15}\right)\left(1+\frac{1}{15}\right)\right] =$$
$$= \left(\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\right)\left(\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}\right)\left(\frac{3}{4}\times\frac{5}{4}\right)\ldots\left(\frac{14}{15}\times\frac{16}{15}\right) = \frac{1}{2}\times\frac{16}{15} = \frac{8}{15}.$$

341. Непосредственной проверкой можно убедиться, что между днём, когда «вчера» было «завтра», и днём, когда «послезавтра» станет «вчера», проходит 4 дня. Значит, интересующие нас дни не могут одинаково отстоять от одного и того же воскресенья, а могут только от двух разных. Это возможно, если первый из дней — понедельник, второй — суббота, а сегодня — среда.

342. Нет. Сумма трех последовательных натуральных чисел будет кратна 3. Действительно, пусть первое число даёт при делении на 3 остаток a, второе — $a+1$, третье — $a+2$. Тогда их сумма будет при делении на 3 давать остаток $3a+3$, т. е. будет делиться на 3.

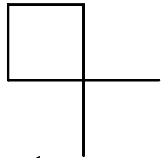
343. Сначала каждому рыцарю его плащ был короток. Начнём одновременно выстраивать по росту рыцарей и перераспределять плащи.

Поменяем плащи у самого высокого рыцаря и рыцаря, имеющего самый длинный плащ. Тогда каждому из этих рыцарей их новые плащи будут малы: первому — потому что даже рыцарю меньшего роста этот плащ был короток; второму — потому что ему был короток даже более длинный плащ. Теперь на самого высокого рыцаря надет самый длинный плащ. Отведём этого рыцаря в сторону. (Разумеется, если на самом высоком рыцаре был уже надет самый длинный плащ, он не будет ни с кем меняться плащами, а сразу отойдёт в сторону.)

Среди оставшихся снова поменяем плащи у самого высокого рыцаря и рыцаря, имеющего самый длинный плащ; снова отведём самого высокого рыцаря в сторону. Снова всем рыцарям их плащи будут коротки. Будем повторять всё это до тех пор, пока и все рыцари, и все плащи не «выстроятся по росту».

Поскольку на всех промежуточных этапах всем рыцарям были коротки их плащи, то после всех переодеваний каждому рыцарю будет короток надетый на нём плащ.

344. Нет, не существует. Для доказательства представим искомое число в виде $100a+10b+c$. Поскольку b и c — цифры, получим: $bc<100$, а это значит, что $abc<100a$. Но тогда можно написать серию неравенств: $100a+10b+c>100a>abc$. Таким образом, каковы бы ни были a, b, c, всегда $100a+10b+c>abc$.



345. В первые сутки Леший прошёл $\frac{1}{3}$ пути (на север), во вторые — $\frac{1}{6}$ пути (на запад), в третьи сутки — $\frac{1}{6}$ (на юг) и в последние — оставшуюся $\frac{1}{3}$ пути (на восток). Его путь изображён на рисунке.

Понятно, что Иван-царевич собирается пройти только $\frac{1}{3}$ пути лешего — $\frac{1}{6}$ на север и $\frac{1}{6}$ на восток. Этот путь в 100 вёрст, притом по хорошей дороге, Иван-царевич сможет пройти за сутки.

346. Сумма числителя и знаменателя не изменится, если из одного из них вычесть, а ко второму — прибавить одно и то же число. Поскольку эта сумма равна 1000, то дробь перед сокращением должна быть $\frac{100}{900}$, а чтобы её получить, надо отнять и, соответственно, прибавить число 437.

347. В начале хранения в ягодах был 1% (т. е. 1 кг) сухого вещества. В конце хранения этот же 1 кг составлял уже 2% (т. е. 100%–98%) от всех ягод. Значит, если 2% — 1 кг, то 100% — 50 кг. Следовательно, к концу хранения на складе лежало 50 кг ягод.

348. Мысленно натянем ниточки между каждым Карабасом и знакомым с ним Барабасом. (Между двумя знакомыми Карабасами или двумя знакомыми Барабасами ниточек натягивать не будем.) Тогда от каждого Карабаса протянется 9 ниточек, а от каждого Барабаса — 10 ниточек. Значит, числю ниток одновременно будет в 9 раз больше числа Карабасов и в 10 раз больше числа Барабасов. Следовательно, в стране Перра-Терра Карабасов в $\frac{10}{9}$ раза больше, чем Барабасов.

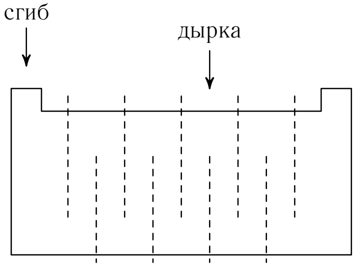
349. Премьер-министр мог вытащить любой из листов и, не разворачивая, уничтожить его. Тогда королю ничего другого не останется, как признать, что на уничтоженном листе было написано не то, что осталось в портфеле, т. е. «Останьтесь».

350. Если номер шкафа C не является точным квадратом, то все его делители разбиваются на пары, дающие в произведении C. Такой шкаф поменяет позиции чётное число раз и в итоге окажется закрытым. Если же номер шкафа C является точным квадратом, то число его различных делителей будет нечётно, и шкаф в итоге окажется открытым. Количество точных квадратов среди первой тысячи чисел — 31. Значит, и открытых шкафов будет 31, а закрытых — 969.

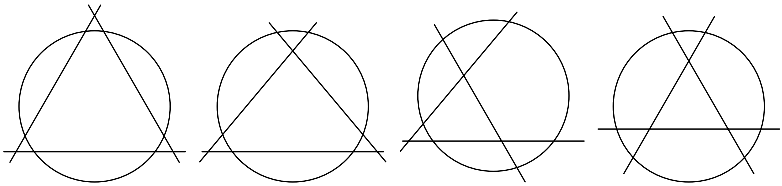
Ответы

(Если задача имеет несколько ответов, приводится один из них.)

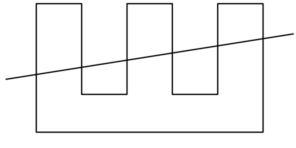
1. Через 5,5 суток. **2.** 8 щук. **3.** 3 кг. **4.** 1237 Мышек. **5.** КОМПЬЮТЕР. **6.** Перед дуэлью Иванушка выпил любой доступный ему яд, а Кощею дал простой воды. **7.** Да. Нужно сложить лист вдвое, вырезать вдоль линии сгиба узкое отверстие, а затем сделать много прямолинейных разрезов так, как показано на рисунке справа. **8.** 20 чашек. **9.** 400 страниц.



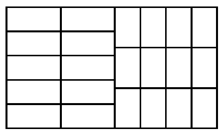
10. Через 29 суток. **12.** 11 чурбачков. **13.** 6 брёвен. **14.** 10 кусков. **16.** 20 кусков. **17.** В первом случае разрезы были параллельны друг другу, во втором — перпендикулярны. **18.** 11 распилов. **19.** См. рисунок.



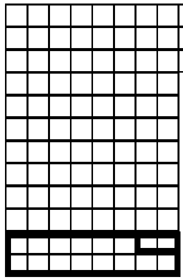
20. Нужно провести прямую через центр торта и центр шоколадки. **21.** См. рисунок справа. **22.** 7 кусков. **23.** В 3 раза. **24.** 99 999. **25.** 20 486. **26.** 6, 5, 4, 6, 5, 4, 6, 5, 4, 6, 5, 4, 6, 5, 4, 6, 5, 4. **27.** 3. **28.** А = 2, Б = 7, В = 5, Г = 1, Д = 0. **29.** 3 ветки, 4 игрушки.

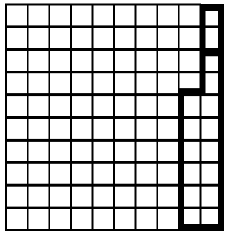


30. См. рисунок справа. **31.** Крестьянин едет на другой берег с козой, возвращается. Едет с волком, возвращается с козой. Едет с капустой. Возвращается. Едет с козой. **32.** а) 8, 9; б) 4, 3; в) 25, 30; г) 21, 24; д) 2, 2. **33.** а) 27, 31; б) 3, 1; в) 16, 17; г) 13, 13; д) 64, 128. **34.** АРФА — начинается на гласную; БАНТ — первая и последняя буквы не совпадают; ВОЛКОДАВ — не четыре буквы; ГГГГ — не слово; СОУС — не в алфавитном порядке.

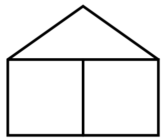


35. См. рисунок справа. **36.** КОМПЬЮТЕР. **37.** 3 талера, которые Ганс истратил на конфеты, надо не прибавить к стоимости сапог, а вычесть из неё. Тогда мы получим 20 талеров — ту сумму, которую в итоге получил Карл. **38.** 22 квадрата. **39.** См. рисунок справа.





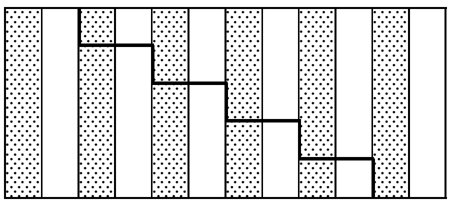
40. 21 провод. **41.** 1728 коробков. **42.** 13 деталей; 20 деталей; 27 заготовок. **43.** 144. **44.** 40 с; 10 с. **45.** Да. **46.** 13 км. **47.** Сыну 12 лет, отцу 36 лет. **48.** 71 и 72. **49.** 25.

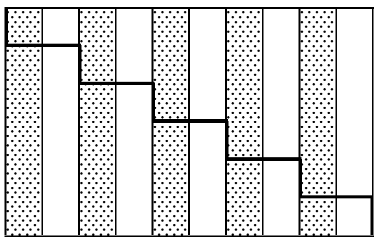


52. Яблоко тяжелее. **53.** В задаче недостаточно данных. **54.** 7 шоколадок дороже, чем 8 пачек печенья. **55.** 2 карася тяжелее, чем 3 леща. **56.** Девочку зовут Таня. **57.** Пятница. **58.** а) 12, 13; б) 21, 34; в) 17,19; г) 327, 647; д) 28, 36; е) 19, 23. **59.** Книга стоит 200 руб.

60. 147 и 111. **61.** а) с, ф; б) у, ф, х; в) один, четыре; г) Ф, Х, Ш; д) в, д. **62.** а) чётной; б) чётной; в) нечётной; г) нечётной. **63.** а) чётной; б) чётной; в) чётной; г) нечётной. **64.** а) чётным; б) нечётным; в) чётным; г) чётным. **65.** а) чётным; б) нечётным; в) чётным; г) нечётным. **66.** 25 руб. $= 2 \times 5$ руб. $+ 3 \times 3$ руб. $+ 6 \times 1$ руб. **67.** Нет: сумма 10 нечётных купюр не может быть равна 25, так как всегда чётна. **68.** Да. Если Петя назвал нечётный результат, то в правой руке у него — 15 коп., а если результат чётный, то в правой руке — 10 коп. **69.** Распилив третье кольцо, путешественник получит 1 кольцо, 2 и 4. Каждый день он будет либо давать 1 кольцо; либо давать 2, забирать 1; либо давать 4, забирать 2 и 1.

70. Незнайка ошибся. **71.** 3 кольца. **72.** Безымянный. **73.** См. рисунок.





75. Нет: доска, которую можно полностью покрыть косточками домино, должна содержать одинаковое количество белых и чёрных клеток. **77.** Он должен сделать не то, что делал перед началом отсчёта первых суток. **78.** См. формулу справа. **79.** Нет, не может.

$$\begin{array}{ccccccccc} 10 & : & 5 & + & 5 & \times & 7 & = & 49 \\ 14 & : & 2 & - & 4 & \times & 3 & = & 9 \\ 12 & - & 1 & - & 1 & \times & 2 & = & 20 \\ 13 & - & 1 & + & 10 & - & 5 & = & 17 \\ \hline 49 & + & 9 & + & 20 & + & 17 & = & 95 \end{array}$$

80. 1; 2; 2. **81.** 2; 2; 3; 4. **82.** Возьмём из первого мешка 1 монету, из второго — 2, из третьего — 3, …, из последнего — 10. Взвесим их. Если фальшивая монета в первом мешке — будет не хватать 5 г, если во втором — 10, … если в последнем — 50 г. **83.** Нет. После последнего — 63-го хода конь будет находиться в белой клетке, но клетка h8 — чёрная, следовательно, в этой клетке конь оказаться не может.

84. См. формулу справа. **85.** 1 089 708 : 12 = = 90 809. **86.** Да: первым ходом перевернём первые 3 монеты, вторым — последние 3. **87.** Нет. Для того, чтобы каждая шашка попала на соседнюю клетку, нужно, чтобы все шашки, которые стояли на белых клетках, стали встали на чёрные, и наоборот. Но, так как количество белых и чёрных клеток неодинаково, то сделать это невозможно. **88.** Самый маленький из больших будет не меньше самого большого из маленьких. **89.** Нет. Если бы это было возможно, то «концов» проводов было бы 77 × 15, но их число должно быть чётным, поскольку каждый провод имеет два конца.

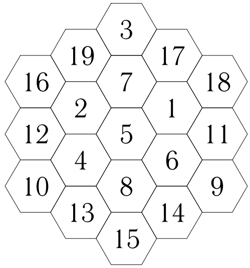
$$\begin{array}{ccccc} 11 & \times & 10 & = & 110 \\ 68 & : & 17 & = & 4 \\ 10 & + & 10 & = & 20 \\ 12 & - & 4 & = & 8 \\ \hline 101 & + & 41 & = & 142 \end{array}$$

90. Это число 1. **92.** Маленькая птица стоит 10 руб, а большая — 20 руб. **93.** Бульон украл Соня. **94.** Эти слова не синонимы. **95.** Да. Да. Да. Не всегда. **96.** Любым. Чётным. **97.** Да. Нет. **98.** Надо взять зёрнышко из мешка, на котором написано «Смесь». **99.** 15 попыток; 45 попыток.

100. Трое, не считая Бабы Яги. **101.** 120 талантов нужно дать сыну, 60 — матери, 30 — дочери. (Могут быть и другие варианты.) **102.** Колька ошибся. **104.** Если к покупкам Фомы добавить 33 стакана чая и 11 бубликов, то общую сумму можно заплатить 11-рублевками, но это ровно в 4 раза меньше, чем купил Ерёма. **105.** а) Банан; б) срываем 7 раз по 2 банана, затем 27 раз — по банану и апельсину; в) нельзя. **106.** Первыми тремя ударами Иван Царевич должен отрубить по 1 хвосту; ещё тремя ударами — по 2 хвоста; последними тремя ударами — по 2 головы. **107.** 70 очков; 70 очков. **108.** 285 × 39 = 11115.

109. Жёлтый прямоугольник, зелёный ромб, красный треугольник, синий квадрат.

111. У рыжих. **112.** Люся Егорова и Юра Воробьёв, Оля Петрова и Андрей Егоров, Инна Крымова и Серёжа Петров, Аня Воробьёва и Дима Крымов. **113.** См. рисунок справа. **114.** 12 и 10 монет.



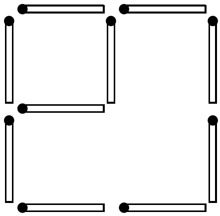
115–122. См. таблицу.

	2	**3**	**4**	**5**
1	$(2/2)\times(2/2)^2$	$(3:3)^{333}$	$(4/4)^{444}$	$(5/5)\times(5/5)^5$
2	$(2/2)+(2/2)^2$	$(3-3:3)3:3$	$(4/4)^4+(4/4),$	$(5/5)+(5/5)^5$
3	$2+(2/2)\times(2/2)$	$3(3:3)(3:3)$	$4-(4/4)^{44}$	$5-(5/5)-(5/5)$
4	$(2+2)\times(2/2)^2$	$(3+3:3)(3:3)$	$4\times(4/4)^{44}$	$5-(5/5)\times(5/5)$
5	$2+2+(2/2)^2$	$3+3:3+3:3$	$4+(4/4)^{44}$	$5\times(5/5)\times(5/5)$
6	$[2+(2/2)^2]\times 2$	$(3+3)(3:3)^3$	$4+(4/4)+(4/4)$	$5+(5/5)\times(5/5)$
7	$2+2+2+(2/2)$	$(3+3)+(3:3)^3$	$4+4-(4/4)^4$	$5+(5/5)+(5/5)$
8	$2\times2\times2\times(2/2)$	$(3\times3)-(3:3)^3$	$4+4\times(4/4)^4$	$5+[(5+5+5)/5]$
9	$2\times2\times2+(2/2)$	$(3\times3)\times(3:3)^3$	$4+4+(4/4)^4$	$(5+5)-(5/5)^5$
10	$[2+2+(2/2)]\times2$	$(3\times3)+(3:3)^3$	$(44/4)-4/4$	$(5+5)\times(5/5)^5$
11	$[22\times(2/2)]/2$	$3\times3+3-3/3$	$(44/4)\times4/4$	$(5+5)+(5/5)^5$
12	$(22/2)+(2/2)$	$3\times3+3-3+3$	$(44/4)+4/4$	$(5+5)+[5+5)/5]$
13	$(22+2+2):2$	$3\times3+3+3/3$	$4+4+4+4/4$	$(55/5)+[(5+5)/5)]$
14	$2\times2\times2\times2-2$	$(33+3\times3)/3$	$4\times4-(4+4)/4$	$5+5+5-(5/5)$
15	$(2\times2)^2-2:2$	$3+3+3+3+3$	$4\times4-(4/4)^4$	$(5+5+5)\times(5/5)$
16	$(2\times2)^2\times2:2$	$3^3-(33/3)$	$4\times4\times(4/4)^4$	$5+5+5+(5/5)$
17	$(2\times2)^2+2:2$	$3\times(3+3)-(3/3)$	$4\times4+(4/4)^4$	$5+(55+5)/5$
18	$2\times2\times2\times2+2$	$3^3-3-3-3$	$4\times4+(4+4)/4$	
19	$22-2-2:2$	$3\times(3+3)+(3/3)$	$(44/4)+4+4$	
20	$(22-2)\times(2/2)$	$(33/3)+3\times3$	$4\times4+(4/4)\times4$	
21	$22-(2:2)^2$	$3\times[3+3+(3/3)]$	$4\times4+4+(4/4)$	
22	$22\times(2:2)^2$	$33-(33/3)$	$(44+44)/4$	
23	$22+2-2:2$	$3^3-3-(3/3)$		
24	$(22+2)\times(2:2)$	$(3^3-3)\times(3/3)$		
25	$22+2+2:2$	$(3^3-3)+(3/3)$		
26	$(22:2+2)\times2$	$3\times3\times3-(3/3)$		
27		$3\times3\times3\times(3/3)$		
28		$3\times3\times3+(3/3)$		

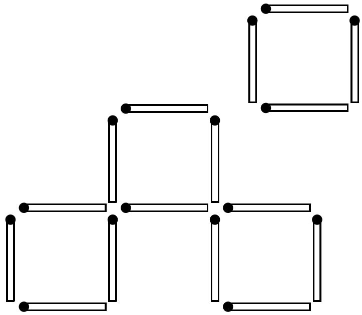
	2	3	4	5
29		$(33-3)-(3/3)$		
30		$(33-3)\times(3/3)$		
31		$33-3+3:3$		
32		$33-(3/3)^3$		
33		$3\times3\times3+3+3$		
34		$33+(3/3)^3$		
35		$33+3-3/3$		
36		$(33+3)\times(3/3)$		
37		$33+3+3/3$		
38		$3^3+33/3$		
39		$33+3\times3-3$		

	6	7	8	9
1	$(6/6)^{666}$	$(7/7)^{777}$	$(88/88)^8$	$(99/99)^9$
2	$[(66+6)/6]/6$	$(7/7)+(7/7)^7$	$(8/8)+(8/8)^8$	$(9/9)+(9/9)^9$
3	$6/6+(6+6)/6$	$[(7+7)/7]+(7/7)$	$(88-8\times8)/8$	$(99+9)/9-9$
4	$(6+6+6+6)/6$	$(7+7+7+7)/7$	$(8+8+8+8)/8$	$(9+9+9+9)/9$
5	$6-(6/6)^{66}$	$7-(7/7)-(7/7)$	$(88-8)/(8+8)$	$(99-9)/(9+9)$
6	$6\times(6/6)^{66}$	$7-(7/7)^{77}$	$8-(8/8)-(8/8)$	$9-(9+9+9)/9$
7	$6+(6/6)^{66}$	$7x(7/7)^{77}$	$8-(88/88)$	$9-(9/9)-(9/9)$
8	$6+6/6+6/6$	$7+(7/7)^{77}$	$8\times(88/88)$	$9-(9/9)^{99}$
9	$(66-6-6)/6$	$7+(7/7)+(7/7)$	$8+(88/88)$	$9\times(9/9)^{99}$
10	$6+6-(6+6)/6$	$(77/7)-(7/7)$	$8+(8/8)+(8/8)$	$9+(9/9)^{99}$
11	$6+6-(6/6)^6$	$(77/7)x(7/7)$	$(88\times8)/(8\times8)$	$(99/9)\times(9/9)$
12	$(6+6)\times(6/6)^6$	$(7+7)-[(7+7)/7]$	$(88/8)+(8/8)$	$(99/9)+(9/9)$
13	$6+6+(6/6)^6$	$(7+7)-(7/7)^7$	$(88+8+8)/8$	$(99+9+9)/9$
14	$6+6+(6+6)/6$	$(7+7)\times(7/7)^7$	$(8+8)-[(8+8)/8]$	
15		$(7+7)+(7/7)^7$	$(8+8)-(8/8)^8$	
16		$(7+7)+[(7+7)/7]$	$(8+8)\times(8/8)^8$	
17		$[(77-7)/7]+7$	$(8+8)+(8/8)^8$	
18		$(7\times7+77)/7$	$(8+8)+[(8+8)/8]$	
19		$[(77+7)/7]+7$	$(88+8\times8)/8$	
20		$(7+7+7)-(7/7)$	$[(88+8)/8+8]$	
21		$(7+7+7)\times(7/7)$		
22		$(7+7+7)+(7/7)$		

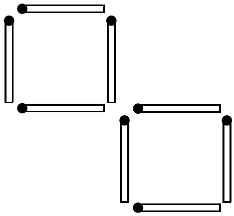
123. Продавец погорел на 100 руб. **124.** Большой и 4 маленьких; а)–д) см. рисунки.



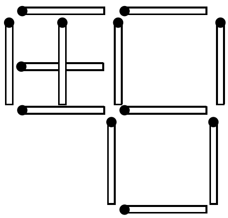
а)



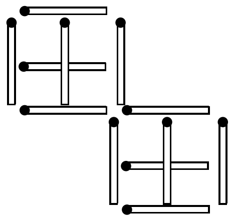
б)



в)

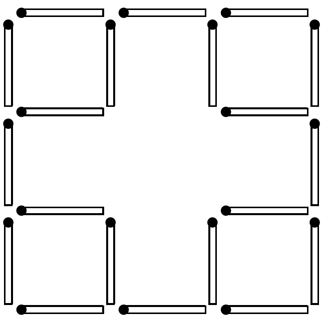


г)

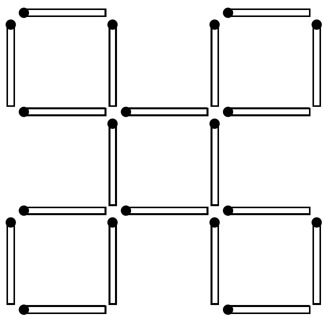


д)

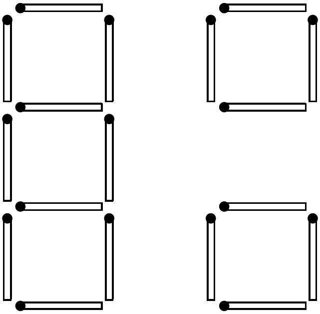
125. Большой, 4 средних и 9 маленьких; а)–к) см. рисунки ниже. **126.** 3 табуретки. **127.** Если бы Незнайка оказался прав, то в числе были бы две «цифры» 11. **128.** 6 красных карандашей. **129.** 0.



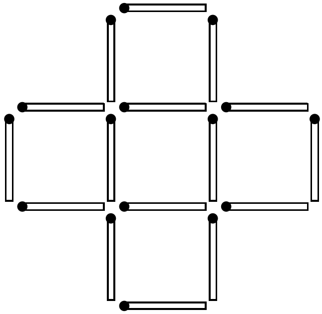
а)



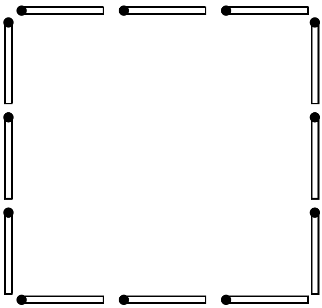
б)



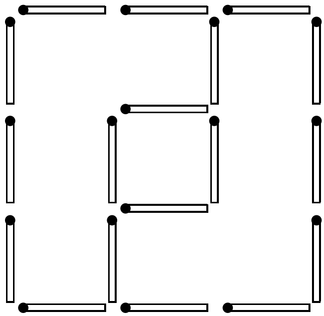
в)



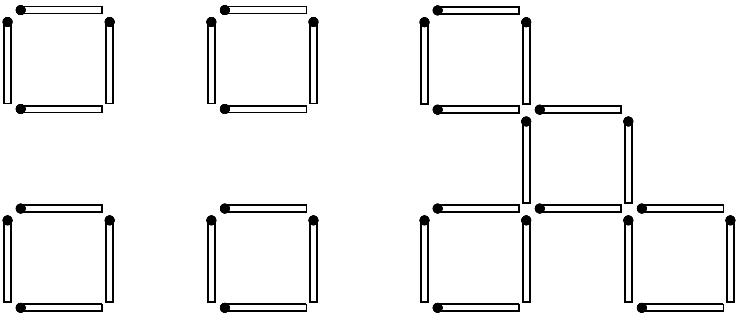
г)



д) два таких квадрата

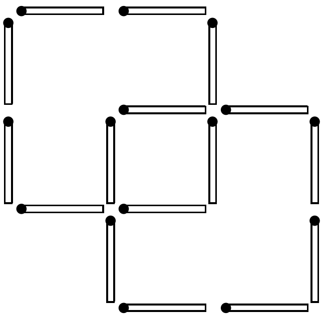


е)

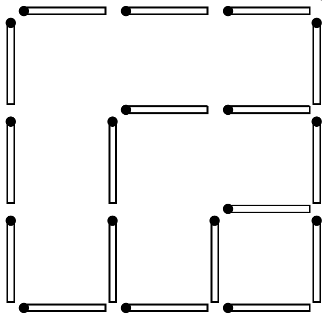


ж)

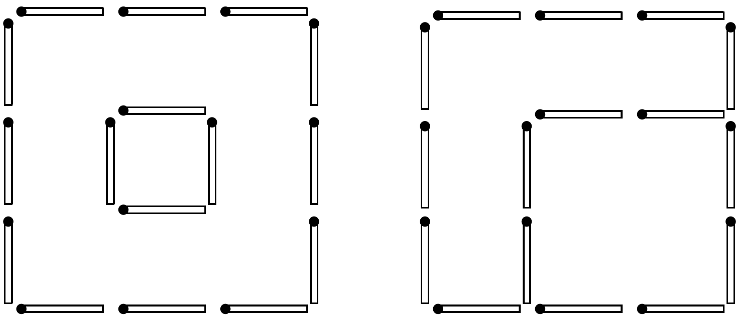
130. 176 листов. **131.** 8 кг. **132.** Нужно уравновесить чашку, на которой стоит килограммовая гиря, затем заменить эту гирю крупой.



з)

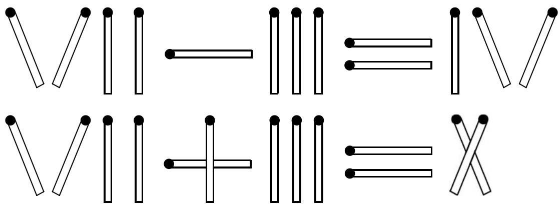


и)



к)

133. Одно верное утверждение: «В этой тетради ровно девяносто девять неверных утверждений». **134.** См. рисунок.

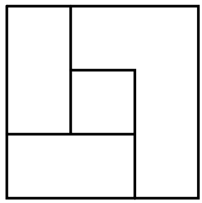


135. 8 тестов. **136.** Сможет в обоих случаях. **137.** а) Да. б) Да. **138.** Да. Не обязательно. **139.** 8, 16, 24, 32, 40, 48.

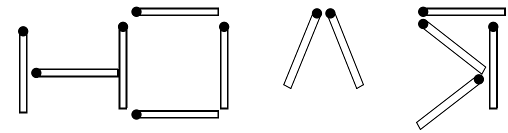
140. Найдутся два числа, дающие равные остатки при делении на 5. Их разность будет кратна 5. **141.** На 105-й день. **142.** Одинаково.

143. Оба языка знают 60% ребят. **144.** Да. **145.** Фёдор Калистратович ошибся. **146.** До подорожания шайбы стоили дороже. **147.** 2 и 5. **148.** ФУФАЙКА. **149.** Получится число 7 317 192 329.

150. Этого сделать нельзя. **151.** Вырежем из круга два одинаковых маленьких непересекающихся кружка, один с центром в отмеченной точке, а другой — с центром в центре круга. Поменяв местами маленькие кружки, получим такой круг, как требовалось в условии. **152.** Можно. См. рисунок справа. **153.** Да: 458, 45, 90, 9, 18, 36, 72, 7, 14. **154.** Это невозможно: одна часть равенства будет кратна 7, другая — нет. **155.** 17. **156.** 9. **157.** 2,5 ч. **158.** Да, если Коля родился 31 декабря, а разговор происходил 1 января. **159.** 1, 2, 3, 4, 5, 7.



160. Квадраты простых чисел. **161.** См. рисунок.



162. 2 р. 40 к. **163.** Закрытая часть будет больше. **164.** 30 и 5 ворон. **165.** $999 + 999 - 9 = 1989$. **166.** 5 чашек. **167.** См. рисунок.

5	0	1	0	3	1	2	5
4	4	5	2	4	6	2	3
2	5	6	0	1	3	0	2
5	1	2	0	4	0	4	3
5	4	5	1	6	3	2	3
0	1	0	2	1	5	6	6
6	1	3	6	4	6	3	4

1	4	0	2	1	2	0	3
3	2	5	6	3	4	5	1
3	0	1	5	0	0	6	6
6	1	3	1	1	3	6	0
2	4	1	5	6	4	2	4
6	2	4	4	5	0	2	6
0	3	5	3	2	5	5	4

3	6	6	2	3	2	2	0
1	2	4	1	5	2	4	5
6	6	1	3	6	2	0	0
0	1	4	3	0	5	5	6
5	5	0	4	6	2	1	1
3	1	2	3	1	4	6	4
3	0	4	5	0	4	3	5

0	1	2	5	1	4	5	6
0	1	2	5	1	4	5	6
5	2	6	3	3	0	4	1
5	2	6	3	3	0	4	1
3	3	4	4	2	2	3	3
4	6	0	0	6	6	0	2
4	6	1	1	5	5	0	2

168. См. рисунок справа. **169.** Да.

170. Нет. **171.** 1 шар. **172.** Да. **173.** Да. **174.** За 44 с. **175.** 200 чисел. **176.** 30 с. **177.** Запятую. **178.** 2. **179.** 1 000 000 км.

	6	6	6	0	0	3	3
1	1	4	4	4	4	3	3
1	1	6	6	3	3	2	2
5	5	5	5	0	0	2	2
4	4	2	2	5	5	1	1
2	2	6	6	4	4	0	0
1	1	3	3	5	5	6	

180. Все деньги должен получить Прохор. **181.** КОМПЬЮТЕР. **182.** Одинаковое количество. **183.** 40 окон, 180 дверей. **184.** БАНК. **185.** 15 партий; 5 партий; 15 очков. **186.** См. рисунок справа. **187.** Третий игрок победил. **188.** Нет, нельзя. Иначе сумма всех чисел таблицы, подсчитанная «по строкам», была бы положительной, а «по столбцам» — отрицательной. **189.** См. рисунок справа внизу.

	1	2	3	4	5
1		0	1	1	1
2	1		0,5	0,5	0,5
3	0	0,5		0,5	1
4	0	0,5	0,5		0,5
5	0	0,5	0	0,5	

190. Нет. **191.** +3, –4, +3, –4, +3. **192.** а) 11 лье; б) 29 лье; в) 21 лье; г) 19 лье. **193.** Через 15 мин. **194.** 9; 1; 2; 6. **195.** Да.

196. Пьеро. **197.** Буратино проехал полдороги на велосипеде, и, оставив его, дальше пошёл пешком. Пьеро дошёл до велосипеда, сел на него и проехал вторую половину пути. **198.** 2/3 пути. **199.** Переправляются два лёгких; один из них пригоняет лодку обратно; переправляется тяжёлый; второй лёгкий пригоняет лодку обратно; снова переправляются два лёгких.

●	●	●	●	●	●	●	●
●	●	●	●	●	●	●	
●	●	●	●	●	●		
●	●	●	●	●			
							●
						●	●
					●	●	●

200. Вагон № 2, место № 1. **201.** — Когда я употребляю какое-нибудь слово, — сказал Шалтай-Болтай довольно презрительно, — оно означает только то, что я хочу, чтобы оно означало, — ни больше, ни меньше. **202.** Зашифрована первая фраза условия задачи. **204.** 28 пакетиков. **205.** У 10 детей. **206.** 1 см, 3 см, 7 см. **207.** Этого сделать нельзя. **208.** См. таблицу. **209.** В этом предложении тридцать две буквы.

1	11	21	31
51	41	71	61
81	91	101	111
131	121	151	141

210. 303 369. **211.** 10 112 358. **212.** 1,5; –0,5; 2,5; 0,5; 3,5. **213.** 111 + + 1/9 ф. **214.** 5 минут. **215.** Достаточно просчитать числа «по столбцам». *Ответ*: 450. **216.** На 40 мин. **217.** 19 школьников ежемесячно вносили по 523 руб. **218.** В Смоленске — 1 февраля, в Вологде — 8 февраля, в Пскове — 1 марта, во Владимире — 8 марта. **219.** Уфа — Баку.

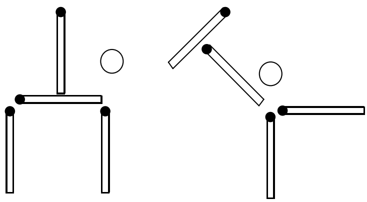
220. 1/4 пути. **221.** Через 3 ч. **222.** Общая стоимость покупки должна быть кратна 3. **224.** 32 года. **225.** Ровно 12 ч. **226.** 200%. **228.** 74 матча. **229.** а) 71; б) 17; в) 11 и 14; г) 17.

230. Да. «Вы житель этой страны?» **231.** Спичку. **232.** «Тебя зовут Федя?» **233.** «Сколько вопросов я тебе уже задал?» **234.** Нет. **235.** В чашке — лимонад, в стакане — вода, в кувшине — молоко, в банке — квас. **236.** Да. Наташа собрала грибов больше, чем Алёша, а Ира — не меньше, чем Витя. **237.** Портос, д'Артаньян, Атос, Арамис. **238.** См. рисунок справа. **239.** 111 зёрнышек.

5			
7	10		
9	1	8	
3	4	6	2

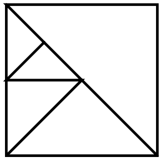
240. Цифру 2 в числе 102 надо поставить на место показателя степени. **241.** Это невозможно, так как если произведение четырех чисел нечётно, то их сумма должна быть чётной. **242.** Число добавляеых точек на 1 меньше, чем число тех, которые были. Так что общее количество точек будет нечётным. **243.** Да. Сложим красную палку из красных палочек и синюю — из синих. Приложим эти палки друг к другу. Против стыков красных палочек сделаем разрезы на синих, а против стыков синих — разрезы на красных. **244.** 19 м. **245.** У Нади туфли и платье синего цвета; у Вали туфли белые, платье красное; у Маши туфли красные, платье белое. **246.** Да. Если бы каждого из четырех типов монет было не более 6, то всего монет было бы не более $6 \times 4 = 24$, а их 25. **247.** Каждая из этих трех сумм равна сумме чисел, стоящих у вершин. **248.** Нет, комнат не больше 54. **249.** Да.

250. 40 лет. **251.** 1 работа. **252.** «Что бы Вы мне ответили вчера на вопрос, какой стул неисправен?» **253.** См. рисунок. **254.** Саквояж, чемодан, рюкзак, корзина. **255.** Поскольку мы меняем знаки каждый раз в 8 клетках, то произведение всех чисел в таблице не меняется. А раз в начале оно было равно -1, то $+1$ оно никогда стать не сможет. **256.** Площадь равна 0. **257.** 5; 5. **258.** «Что ответит твой брат на вопрос: „Ты — Вася?“» **259.** 4.



260. Поскольку речь идёт не о линейных размерах, а о площади, то и число людей надо уменьшить не в 1 000 000 раз, а в $1\,000\,000^2$, т. е. в триллион раз. **261.** 91 косточка. **262.** 3 ореха. **263.** а) 2312–2321; б) 2325–2334; в) 30–39; г) 22–31; д) 10–19; е) не более пяти. **264.** Да. **265.** 10. **266.** 1, 1, 3, 5, 10, 10, 20, 50 коп. **267.** У 9 чисел. **268.** 5163.

270. Отвешиваем 12 кг; от них отвешиваем 6 кг и откладываем; от оставшихся 6 кг отвешиваем 3 кг и соединяем их с отложенными 6 кг. **271.** 1 кг. **272.** Да. Женя не может определить цвет своей шапки, значит, на Лёве и Грише две шапки чёрные или чёрная и белая. Если бы на Грише была белая шапка, Лёва определил бы, что на нём чёрная. Значит, на Грише чёрная шапка. **273.** 4,5 кг масла. **274.** 900 чисел. **275.** См. рисунок справа. **276.** 6 собак и 4 кошки. **277.** Игорь. **278.** 8 флажков. **279.** Нет. Сумма написанных чисел нечётна. За каждый ход эта сумма увеличивается на 2, т. е. всегда остаётся нечётной, а сумма шести равных чисел всегда чётна.



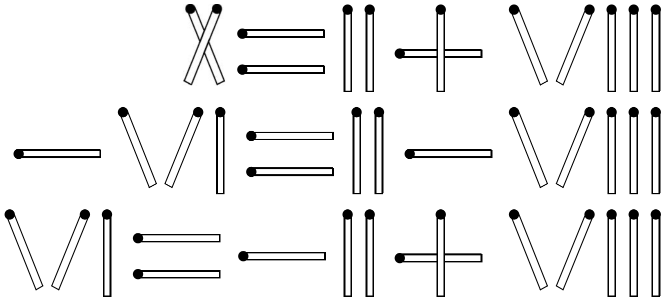
280. 40 центов. **281.** На вторник. **282.** Если бы в каждом месяце родилось не более 3-х учеников этого класса, то в классе не могло бы учиться больше, чем $3 \times 12 = 36$ учеников. **283.** Если от шнурка отрезать 1/4 длины, останется 50 см. **284.** 20 жёлтых и 15 белых одуванчиков. **285.** Да. **286.** 49; 5/13. **287.** Единицы. **288.** Седые. **289.** 6 раз.

290. Номер билета 99 999. **291.** $203 = 29 \times 7 \times 1 \times \ldots \times 1 = 29 + 7 + 1 + \ldots + 1$ (единицы встречаются по 167 раз). **292.** 60. **293.** 5 лет. **294.** На Асе белое платье, на Кате — голубое, на Гале — зелёное, на Нине — розовое. **295.** Посередине между точками. **296.** Да, например: $0{,}5 \times 0{,}122 < 0{,}122$. **297.** 45. **298.** 18 с. **299.** Коричневая, красная, жёлтая, серая, синяя тетради.

300. $A = 6$; $B = 9$; $C = 1$. **301.** Пётр — химик, Роман — физик, Сергей — математик. **302.** Синяя ручка, оранжевый карандаш, красный ластик. **303.** Да. **304.** Да, 4 насадки. **305.** Алла, Вика, Боря, Соня, Денис. **306.** 216; 36; 6. **307.** 4104. **308.** 14 лет. **309.** Да.

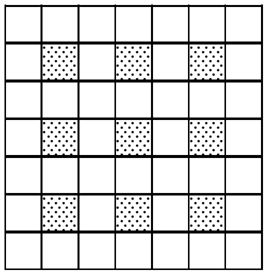
311. 2 ч. **312.** Да, так как последняя цифра этого числа — 0. **313.** Нет. **314.** Если остаток не равен 0 — да, в противном случае — нет. **315.** Сумма конфет, полученных всеми девочками, должна делиться на сумму конфет, получаемых за одну задачу, т. е. должна быть кратна 7.

316. См. рисунок.



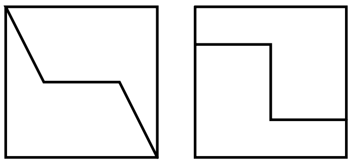
317. Королю 28 лет, королеве 21 год. **318.** 18 л. **319.** 1/2; −1.

320. $1\ 000\ 000\ 000 = 2^9 \times 5^9 = 512 \times 1\ 953\ 125$. **321.** Да. См. рисунок справа. **322.** Нет; нет; 25 558. **323.** 0,0505. **324.** 18 служащих. **325.** 6,25 и 1,25. **327.** $A = 6$; $B = 7$; $C = 4$. **328.** См. рисунок справа внизу. **329.** $495 + 459 = 954$.



330. Нет. На обоих концах цепочки будут стоять одинаковые числа. **331.** Цифра 2. **332.** 300 долларов. **333.** 5/6. **334.** Проводник абориген. **335.** $p = 3$. **338.** 36.

340. 8/15. **341.** Среда. **342.** Нет. Эта сумма всегда кратна 3. **344.** Нет. Все трехзначные числа больше произведения своих цифр. **345.** Да, прав. 300 вёрст; 100 вёрст. **346.** 437. **347.** 50 кг. **348.** Карабасов больше, чем Барабасов. **349.** Вытащил один из листов и уничтожил его.



350. Был открыт 31 шкафчик.

Приложение

1. Из послесловия к 1-му изданию

Осенью 1988 г. при компьютерном зале одного из московских НИИ был организован математический кружок «Компьютер» для детей сотрудников института. Участниками кружка стали, за редким исключением, ученики V–VII классов. Занятия проводились один раз в неделю по полтора часа, посещали их от 15 до 25 человек. В распоряжении кружка было два компьютера IBM PC.

В такой ситуации не было возможности заниматься с каждым ребёнком только на компьютере. Поэтому, в основном, во время занятий кружка решались математические задачи, при этом два работающих компьютера дети занимали по очереди. За одно занятие на компьютерах успевали поработать 6–8 человек.

Начав посещать кружок, дети рассчитывали всё время проводить за компьютером. К концу года многие кружковцы с бóльшим удовольствием занимались решением задач, а компьютерные игры постепенно отошли на второй план по отношению к компьютерным занятиям. В результате приоритетность работ стала такой: решение задач, работа на компьютере, игры на компьютере.

Как же проходили занятия? На компьютерах дети занимались рисованием. В процессе занятий они оформили книгу С. Я. Маршака «Про всё на свете»: напечатали текст и создали иллюстрации. Кроме этого, они сделали множество картинок в самых разных жанрах — от плакатов до карикатур.

К каждому уроку готовился цикл из 5–6 задач разной трудности, среди них всегда была трудная задача и всегда была лёгкая — «утешительная». Очень важно, что дети не знали, как именно задачи располагаются по трудности. В большой степени именно поэтому трудные задачи правильно решались значительно чаще, чем можно было бы предположить. Правда, по этой же причине, иногда лёгкие задачи не решались (но такое бывало редко).

Если задача вызывала затруднение, мы никогда не рассказывали сразу, как её решать, а давали «подсказку», указывая тем самым направление, в котором следует искать решение.

Главный приём, который резко облегчал решение, заключался в том, что условия задач формулировались не сухим математическим языком, как это делается в большинстве школьных учебников, а излагались в виде сказки или истории, в которой участвовали известные сказочные персонажи.

Полученный эффект был достаточно неожиданным, и мы решили проверить его. Было проведено несколько экспериментов. Выяснилось, что один и тот же ребёнок достаточно легко решает задачу, сформулированную в виде сказки, и не решает (либо решает с трудом) ту же задачу, изложенную строгим математическим языком. Оба варианта задачи предлагались с интервалом в 3–4 занятия, причём результат не зависел от того, какая задача давалась первой — «сказочная» или «математическая».

Объяснить этот феномен, по-видимому, можно отчасти тем, что уже к V–VI классу у многих детей формируется устойчиво негативное отношение к математике (страх и, как следствие, нелюбовь), когда при первых же звуках математических слов детские мозги «замораживаются». При снятии этого тормозящего эффекта дети размышляли спокойно и успешно справлялись с заданием.

Наша работа заключалась в подборе задач и определении очерёдности, в которой они давались на занятиях. Трудность задач, как правило, раз от раза возрастала. Если какая-либо из них вызывала явное затруднение, через некоторое время обязательно включалась задача на ту же тему, но легче. Так продолжалось до тех пор, пока подобные задачи переставали быть для детей трудными, после чего их сложность повышалась.

В эту книгу вошли только те из дававшихся на занятиях кружка задач, которые были решены детьми. Условия задач, как правило, брались из номеров журнала «Квант» и различных задачников. Иногда текст задачи подвергался литературной переработке — добавлялись сказочные атрибуты.

В заключение хотелось бы поблагодарить В. В. Володину, Б. В. Черкасского, М. А. Букатина, много сделавших для существования кружка, А. Л. Гавронского, Л. Б. Огурэ, С. Н. Розова, оказавших помощь при подготовке рукописи к изданию, и всех юных участников математического кружка «Компьютер», без активной работы которых не было бы ни кружка, ни этой книги.

2. Распределение задач по темам

В этой книге задачи приведены в том порядке, в котором мы давали их на занятиях одного из кружков, и специально не сгруппированы по темам, так как подобная группировка сама по себе уже является подсказкой учащимся. Однако преподавателям такое разделение было бы удобно для ориентации в материале при выборе задач для занятий, поэтому, не считая нужным разделять задачи в задачнике, мы приводим их классификацию здесь. Обратите внимание, иногда задачи относятся сразу к нескольким темам.

Занимательная математика

Задачи на внимание: 2, 3, 9, 10, 44, 59, 129, 192, 196, 207, 215, 228, 231, 240, 247, 256, 311, 340.

Календарь, время, возраст: 47, 57, 200, 218, 308, 341.

Шарады, шифры: 5, 36, 56, 148, 181, 184, 201, 202, 219, 268.

Домино: 167, 168, 330.

Задачи со спичками: 124, 125, 134, 161, 253, 316.

Числовые ребусы и прочее: 28, 78, 84, 85, 108, 113, 154, 238, 300, 327, 329.

Арифметика

Календарь, время, возраст: 281.

Цифры: 24, 25, 26, 27, 43, 49, 60, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 127, 130, 149, 156, 165, 194, 210, 211, 257, 297, 322, 338, 344.

Дроби: 51, 178, 198, 251, 264, 283, 333, 346.

Целые числа: 48, 103, 153, 159, 169, 170, 191, 239, 241, 266, 278, 291, 325.

Интервалы: 46, 175, 176, 203, 221, 225, 242, 298.

Среднее арифметическое: 107, 135, 224, 250, 295.

Проценты: 143, 146, 213, 226, 347.

Алгебра

С алгеброй и без нее: 8, 29, 90, 92, 104, 111, 126, 128, 131, 157, 162, 164, 166, 193, 205, 212, 214, 216, 220, 244, 262, 271, 273, 276, 280, 284, 289, 296, 304, 313, 317, 319, 324, 332.

Комбинаторика: 38, 40, 261, 267, 274, 336, 337, 348.

Неравенства, сравнения: 52, 53, 54, 55, 88, 142, 182, 234, 236, 237, 254, 323, 343.

Логика

Закономерности: 32, 33, 34, 39, 58, 61, 72, 114, 229, 259, 286.

Логические задачи: 6, 76, 93, 98, 100, 109, 112, 133, 171, 209, 230, 232, 233, 235, 245, 252, 258, 272, 277, 288, 290, 294, 299, 301, 302, 305, 334, 339, 349.

Парадоксы: 37, 101, 123, 158, 180, 260.

Алгоритмы

Турниры: 185, 186, 187.

Обратный счет: 4, 265, 331.

Стратегии: 11, 31, 42, 50, 69, 71, 77, 86, 91, 99, 105, 106, 132, 177, 188, 189, 195, 197, 199, 204, 208, 243, 285.

Взвешивания: 80, 81, 82, 136, 227, 269, 270.

Методы решения

Принцип Дирихле: 140, 150, 246, 248, 282.

Делимость чисел, простые числа: 95, 97, 137, 138, 139, 141, 144, 147, 155, 160, 172, 173, 190, 217, 222, 223, 249, 263, 287, 292, 293, 306, 307, 309, 310, 312, 314, 315, 318, 320, 321, 326, 335, 342, 350.

Четность-нечетность, черное-белое: 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 70, 74, 75, 79, 83, 87, 89, 94, 96, 102, 110, 145, 255, 279.

Геометрия

Размерности: 41, 45, 179.

Промежутки: 1, 12, 13, 14, 15, 18, 23, 174, 206.

Простейшая геометрия: 7, 16, 17, 19, 20, 21, 22, 30, 35, 73, 151, 152, 163, 183, 275, 303, 328, 345.

3. Комментарии к задачам

Комментарии есть к каждой задаче. Иногда — это просто название темы, к которой относится задача, иногда — наше отношение к задаче, иногда — наше впечатление от отношения детей к задаче.

1, 2. Задачи 1 и 2, как правило, вызывали большой ажиотаж, поскольку первое решение, приходящее в голову и кажущееся очевидным, на самом деле неверно. В решениях первых двух задач это описано подробнее.

3. Эта задача практически повторяет задачу 2, но, поскольку она давалось позже (иногда даже значительно позже), дети редко «наступали на те же грабли», и задачу, как правило, решали без труда.

4–6, 7, 8. Когда-то эти задачи были оформлены в виде стенгазеты. Стенгазета была сделана для участников одного из кружков, который посещали только третьеклассники, поэтому задачи в ней достаточно лёгкие, но и достаточно занимательные. Они относятся к самым разным темам, и назначение их только одно — очередной раз дать понять ребятам, что математика — это не «скучно и трудно», а, скорее «весело и интересно». Так что мы советовали бы давать эти задачи в преддверии какого-то праздника или просто добавлять по одной в разные занятия, особенно в те, которые обещают быть сложными. Разберём теперь задачи подробнее.

4. Смешное условие. Задача решается просто «в лоб».

5. Шарада, основное её достоинство, пожалуй, в том, что её ответ «Компьютер» в своё время дал заглавие целой серии математических стенгазет. Кроме четырех стенгазет, использованных в этой книге, впоследствии было выпущено ещё 13.

6. Замечательная логическая задача. Это «мехматовский» фольклор. Впервые мы услышали её в 1964 г., нам казалось, что уже тогда она была «очень старой».

7. Результат, безусловно, поражает воображение. Правда, большим недостатком этой задачи является то, что её практически невозможно решить. Мы не знаем ни одного человека, который бы решил её самостоятельно. Правда, все эти люди узнали решение ещё в раннем детстве, когда, конечно же, самостоятельно не могли решить такую задачу.

8. Это не слишком трудная, но зато забавная задача, которую легко решить при помощи системы уравнений, но можно решить и без этого.

9, 10. Всегда вызывающие ажиотаж задачи с подвохом. Ответы здесь настолько неожиданны, что дети не сразу понимают, что эти ответы верные.

11. Относительно стандартная задача о стратегии. Такие задачи дети тоже очень любят, они вообще больше любят вопросы «*как* сделать?», чем «*что* сделать?».

12–19. Эти задачи тоже вызывали большой интерес, поскольку опять, как правило, первые ответы были неверны. С помощью этих задач ребята осознают немаловажный факт, что «между пятью словами промежутков не пять, а четыре». Эта идея помогает при решении многих задач, например: «Во сколько раз больше ступенек до шестого этажа, чем до второго?»

20. Хотя эта задача трудновата для малышей, но она будит воображение, и многие дети, знакомые с симметрией на интуитивном уровне, находили решение.

21. Эта задача оказалась достаточно сложной, тем более что детям трудно было отказаться от мысли, что это сделать невозможно. За час занятия её никто не решил, она осталась «на дом», но зато по прошествии недели многими была решена.

22. Это «завершающий аккорд» к серии задач 12–19. Конечно, это не завершение темы —такие задачи ещё будут появляться.

23. Это так называемая задача с подвохом. Если внимательно прочесть условие, то никакой трудности она не представляет. Хитрость как раз и состоит в том, что ответ «в два раза», кажущийся, на первый взгляд, таким очевидным, неверен.

24–27. Все эти задачи «про отличника Поликарпа и двоечника Кольку» — о цифрах и числах. Особо хотелось отметить «связку» из двух очень похожих задач 24 и 25.

28. Нетрудный и достаточно стандартный числовой ребус. Такого рода задачи хорошо добавлять по одной на занятие в виде «утешительных» задач.

29. Римейк одной из самых известных старинных задач: «Летели галки, увидели палки. Сели по одной галке на палку — одна палка осталась без галки. Сели по две галки на палку — одна галка осталась без палки. Сколько было палок, и сколько было галок?»

30. Задача на разрезание и простейшую геометрию. Здесь очень легко обходится вопрос с количеством прямоугольников — используется абсолютно весь лист, соответственно, не возникает вопроса о возможности получения большего числа кусков.

31. Эта старинная задача была известна ещё в XVIII веке.

32, 33. Это довольно лёгкие задачи (вернее, набор задач) на закономерности. Поскольку здесь, действительно, много задач, то, наверное, лучше их давать не в компании с аналогичными задачами, а одну (или даже часть задачи) среди задач на другие темы — ведь эти задачи на закономерности, в общем-то, в больших количествах достаточно скучны, а понемногу — вполне годятся.

34. Это опять задача на закономерность, вернее, на «выбор лишнего». Изюминка состоит в том, что лишним может быть каждое из этих «слов», что, конечно, всегда радует детей.

35–40. Это опять стенгазета (см. комментарий к задачам 4–8). Задачи опять достаточно легки и достаточно забавны.

35. Задача «на разрезание и склеивание», не слишком трудная, с интересным сюжетом.

36. Традиционная для стенгазет задача с ответом «компьютер», на сей раз это система неравенств.

37. Довольно сложная логическая задача-парадокс, из мехматского фольклора 60-х.

38, 40. Простейшая комбинаторика, как всегда, с забавным сюжетом.

39. К сожалению, эта задача, похоже, устарела: при почти полной утрате эпистолярной культуры дети вряд ли часто видят конверты для писем, на которых используемое в задаче написание цифр предлагается чаще всего.

41. Эта забавная задача даёт первоначальное представление о размерности.

42. Занимательная задача; она хороша тем, что позволяет провести небольшое теоретическое исследование и даёт детям возможность понять, что часто задачи можно «расширить» — решить не просто данную задачу с конкретными цифрами, а попробовать «распространить результат на общий случай».

43. Достаточно простой ребус.

44. Просто занимательная задача.

45. Задача, безусловно, поражает воображение. Обычно на неё достаточно уверенно отвечают «конечно, нельзя» и весьма удивляются, придумав (или узнав) решение.

46. Простейшая геометрия в забавной форме.

47. Арифметика-алгебра. Эта задача, как и большинство задач «на возраст», часто вызывает недоумение — многие дети далеко не сразу понимают, что отношение возрастов меняется со временем, тогда как разность возрастов со временем не меняется.

48–49. Игры с числами.

50. Стратегии.

51. Эта задача насчитывает много сотен лет, но до сих пор поражает воображение своей красотой и неожиданностью.

52–55. Эти четыре задачи идут «в связке», каждая следующая чуть труднее предыдущих. Такой набор позволит без всякого объяснения решать в дальнейшем задачи на сравнения и неравенства, в этом плане он напоминает набор задач 62–65, составленный для темы «чётность-нечётность».

56. Это «шифры». Такие задачи обычно воспринимаются детьми «на ура».

57. Забавная путаница, если в ней разобраться, задача окажется не такой уж трудной.

58. Опять закономерности. См. описание задач 32, 33.

59. Это дополнение и развитие задачи про Кота в Сапогах (задача 2).

60. Задача обычно вызывает удивление: кажется, что это невозможно.

61. Опять закономерности.

62–65. Задачи скучноваты, но их обязательно надо давать, тогда дети сами доходят до использования чётности-нечётности при решении задач.

66, 67. Эти задачи составляют «единый блок», в котором задача 66, с одной стороны — «утешительная», с другой — позволяет перейти к задаче 67 — классической задаче на «чётность-нечётность».

68. Эта задача тоже на «чётность-нечётность».

69. Поиск стратегии; как уже говорилось, такие задачи дети решают с удовольствием.

70. Эта забавная задача относится одновременно к двум темам — «целые числа» и «чётность-нечётность».

71. Обещанное развитие темы «Зайцы пилят бревно» (см. задачи 12–19).

72. Поиски оптимальной стратегии расчёта.

73. Это «разрезание и склеивание», задача довольно трудная, но, как всегда, спасает сюжет.

74. Приправленная шахматами, задача на чётность-нечётность.

75. Классическая задача на «чётность и нечётность», вернее, на «чёрное и белое». Эта задача была опубликована в журнале «Математическое просвещение» более 40 лет назад.

76. Логическая задача; трудновата, поскольку содержит путанные данные, но, если в них разобраться, всё станет легко.

77. Дети решают такие задачи с удовольствием, поскольку забавно.

78. Опять математический ребус. Не слишком сложный, но требующий достаточно внимания из-за своей величины.

79. Опять задача на «чётность-нечётность», дополнительное удовольствие в забавном условии.

80, 81. Две классические задачи (вернее, 8 классических задач) на взвешивание.

82. Эта задача тоже на взвешивание, но уже далеко не классическая.

83. Это опять задача на чётность-нечётность, слегка приправленная шахматами.

84. Очередной математический ребус. Надо сказать, что к математическим ребусам мы прибегали достаточно часто, поскольку, как правило, их любят решать все, независимо от отношения к математике. Собственно, ребусов было настолько много, что часть из них мы просто не поместили в эту книгу.

85. Удивительнейший математический ребус, который, как ни странно, можно решить, он даже не слишком сложный.

86. Опять стратегия, опять игра, опять удовольствие.

87. Это снова, приправленная шахматами, задача на чётность-нечётность, вернее, чёрное-белое.

88. Довольно сложная задача, пожалуй, одна из самых трудных в книге. На одном из кружков ребята, не зная, что эта задача трудная, довольно быстро решили её. Это ещё раз показывает, что детям лучше не знать, какая задача трудная, какая нет. Иногда, правда, такое незнание приводит к тому, что лёгкие задачи не решаются, но это бывает редко.

89. Сначала задача вызывает сильное недоумение, мол, почему спрашиваете, какая разница, сколько проводов и телефонов, конечно, можно. А уж когда понимают, что это действительно задача, и её надо решать, в ход идут «простейшая комбинаторика» и «чётность-нечётность».

90. За этим забавным условием скрывается задача на тему «с алгеброй и без неё», т. е. задача, которую легко решить с помощью уравнений, но можно (что значительно интереснее!) обойтись и без них. К сожалению, с введением уравнений уже в 1-м классе современные дети почти утеряли умение решать «арифметические» задачи, что в совершенстве умели делать их дедушки и бабушки.

91. Это опять римейк. Старая задача выглядит так: «Попробуйте за 4 минуты поджарить 3 сырника, если с одной стороны сырник жарится 2 минуты, а на сковородку помещается 2 сырника».

92. Типичная «арифметическая» задача.

93. Прелесть задачи, во-первых, в весёлом условии, а во-вторых, в кажущемся отсутствии данных (ведь показания двоих подозреваемых пропали!)

94. Забавная задача, как ни странно, на «чётность-нечётность».

95. Так называемая «основополагающая» задача на делимость.

96. Тот, кто хорошо понял тему «чётность-нечётность», легко решит эту задачу.

97. Симпатичная задача на «целые числа» и «делимость». Казалось бы, какая разница, составляем число из четвёрок и делим на 3, или составляем число из троек и делим на 4. Однако разница есть, и большая.

98–101. Очередная стенгазета (см. комментарий к задачам 4–8 и 35–40).

98. Одна из задач, «переделанных под сказку». Удивительное дело: дети легко решили эту задачу-сказку, но когда через несколько занятий мы дали детям решить «исходную задачу, без сказочного антуража», почти никто не смог этого сделать.

99. Забавная задача сразу на всё: и на смекалку, и на стратегии, и на комбинаторику.

100. Задача замечательна своим совершенно неожиданным ответом.

101. Очень старая задача, она интересна тем, что позволяет произвести исследование — для однозначного ответа слишком мало данных, приходится добавлять ещё одно условие; окончательный ответ задачи зависит от того, какое именно условие выбрано.

102. Ребятам, как правило, нравится условие, а задача обычная — на чётность-нечётность.

103. «Игра с цифрами». Эта задача в связке с задачами 169, 170 и 191.

104. Нетрудная арифметико-алгебраическая задача с забавным условием.

105. Эта неожиданная задача — на чётность и нечётность и на поиск стратегии.

106. По существу, несмотря на абсолютную несхожесть фабул, эта задача повторяет и дополняет предыдущую, наверное, стоит обратить внимание ребят на этот факт.

107. Это задача даёт возможность «подержать в руках» среднее арифметическое.

108. Ребус, но совсем уж необычный.

109. Довольно стандартная логическая задача. Очень похожа на задачу 235, хотя их сюжеты, естественно совершенно разные.

110. Шахматы, домино, вертикали, горизонтали — всё это в не слишком лёгкой задаче на чётность-нечётность.

111. Симпатичная арифметическая задача.

112. Сначала, разумеется, кажется, что задачу решить невозможно — слишком мало данных, однако после внимательного прочтения всё становится на место.

113. Задача вызывает удовольствие и сначала кажется абсолютно простой, но «подводные камни» есть и здесь.

114. Пожалуй, не слишком стандартная задача на «закономерности».

115–122. В общей сумме здесь 173 прелестных примера. Их можно давать по 5–10 штук на занятии. Детям они очень нравятся и позволяют совершенствовать навыки устного счёта, которые у современных детей почти отсутствуют.

123. Забавная задачка на внимание.

124–125. Задачи со спичками. Они всегда воспринимаются детьми с удовольствием и решаются относительно легко. Заметим, что фактически это не две задачи, а 15.

126. Типичная арифметика-алгебра.

127. Делимость.

128. Когда смотришь на условие, кажется, что в задаче слишком мало данных, ан нет!

129. Типичная задача на внимание.

130. Задача на внимание и чётность-нечётность.

131. Арифметика. Стандартнейшая задача времён бабушек и дедушек, однако для нынешних школьников это обычно откровение.

132. Взвешивания в особых условиях. Дети любят такие «затруднённые» задачи.

133. Прекрасная, ни на что не похожая логическая задача.

134. Опять задача со спичками, и опять восторг детей.

135. Снова, как в задаче 107, можно «подержать в руках» среднее арифметическое.

136. Стратегии.

137–138. «Основополагающие» задачи на простые числа.

139–141. Набор разных (не связанных между собой) задач на делимость. Можно давать в любом порядке.

142. Запутанная, но неожиданно лёгкая задача.

143. Достаточно стандартная задача «на проценты».

144. Опять делимость. Задача с подвохом, обычный ответ: «конечно, не может».

145. Детей всегда радует факт, что строгий директор может ошибаться, а так — ничего особенного, обычная задача на чётность-нечётность.

146. Достаточно трудно представить себе, что на самом деле цена шайб изменилась; на первый взгляд кажется очевидным, что она осталась прежней.

147. Простые числа.

148. Шифровки.

149. Снова «игра с цифрами».

150. Задача, в основном, на внимание: этого количества шариков слишком мало. Кроме того, это — напоминание о методе Гаусса (известная байка о том, как Гаусс в детстве придумал способ считать сумму любого числа последовательных натуральных чисел).

151–152. Забавные задачи на простейшую геометрию. Обе замечательны тем, что на первый взгляд кажется, будто решения не существуют.

153. Обычно такие задачи нравятся детям своей неожиданностью.

154. Забавное условие и не менее забавное решение. Задача на сравнения и (или) делимость.

155. Задача, как ни странно, на делимость. Как правило, детям очень нравится условие — всё время говорится о корзинах и грибах, а потом вдруг спрашивают про детей — напоминает юмористическую задачу «Сколько лет капитану?».

156. Довольно обычная задача о делимости на 9, но она удивляет всех, поскольку с первого взгляда кажется, что задачу решить невозможно — слишком мало данных.

157. Стандартная арифметика.

158. Забавная задача. Конечно же, сразу кажется, что так быть не может. Но, немного подумав, дети обычно легко решали эту задачу.

159. Казалось бы, невозможно решить одно уравнение с 6-ю переменными. Однако с уравнениями в целых числах и не такое бывает.

160. Основная цель этой задачи — подготовить детей к решению самой последней 350-й задачи — про привидения, хотя, конечно, и сама по себе задача не плоха.

161. Задача замечательна неожиданностью своего решения. Сколько раз приходилось слышать, что она неразрешима!

162. Опять арифметика.

163. Геометрическая задача, которую можно решить, зная геометрию лишь на «бытовом» уровне.

164. Арифметика.

165. Эта задача напоминает задачи 115–122. И, конечно же, после опыта решения тех задач эта покажется очень лёгкой

166. Задача настолько забавна и нестандартна, что детям даже не приходит в голову, что они, походя, решили систему 4-х уравнений с 4-мя переменными.

167. Здесь, собственно, 4 задачи. На занятиях была дана только одна из них — самая первая. Но она вызвала такой восторг, что ещё три таких задачи мы дали на дом. И с тех пор две-три таких задачи у нас всегда были в запасе. Они были незаменимы, когда бывали решены все задачи, или задачи решались плохо, и нужно было поднять детям настроение. Эти задачи очень легко составлять: просто сложить из косточек домино прямоугольник, а потом записать, как разлеглись цифры. Правда, неплохо было бы учитывать, что не надо складывать квадратиком, например, косточки 5–2 и 5–4 с диагональю 5–5.

168. Эту задачу дети обычно воспринимают как вариант предыдущей и решают с удовольствием.

169–170. Эти задачи «в связке» с задачами 103 и 191.

171. Задача на внимание. Сначала кажется запутанной, но потом благополучно решается.

172. Признак деления на 9.

173. Не столько на делимость, сколько на знание «метода Гаусса», имеется в виду способ сложения последовательных натуральных чисел, начиная с 1.

174. Интервалы. Задача, дающая возможность вспомнить задачи 12–15, предлагавшиеся в самом начале.

175–184. Очередная стенгазета (см. комментарий к задачам 4–8, 35–40 и 98–101).

175–179. Эти пять задач в газете были объединены заглавием «Пять минут на размышление»: они забавны, не трудны, и решить их за пять минут вполне реально.

180. Это старая русская задача. Условие прелестно ещё и своей «воспитательной» частью.

181. Это шифровка, всегда доставляющая радость детям.

182. Заметьте, в условии этой задачи нет ни одной цифры.

183. Здесь опять геометрия на «бытовом» уровне.

184. Очередной шифр.

185–187. Серия задач про шахматные турниры. Задача 185 —вводная, она помогает разобраться в тех свойствах турниров, которые потом будут использованы при решении гораздо более хитрых задач 186 и 187.

188–190. Связка трех разных задач про таблицы. Особенно интересна связь первых двух задач.

191. Эта задача «в связке» с задачами 103, 169 и 170.

192. Типичная задача «с подвохом»: ответ кажется очевидным, однако обычно не замечают, что в условии ничего не сказано о направлении движения мушкетёров.

193. Арифметика-алгебра.

194. Стандартная работа с остатками.

195. Хотя здесь много гирек, но задача не на взвешивание, а на стратегии. Обычно вызывает детский интерес.

196–198. Набор нестандартных задач про движение

199. Это «переправа» — развитие задачи 31 про волка, козу и капусту.

200. Задача вовсе не на «движение», а на «числа и календарь».

201–202. Всегда вызывающие огромный энтузиазм задачи-шифровки.

203. Интервалы.

204. Забавная задача про неравенства.

205. Этой задаче всегда очень радуются, хотя на первый взгляд она кажется неразрешимой.

206. Простейшая геометрия. Интервалы.

207. Поучительная задача, обычно её начинают решать, даже не задумавшись, можно ли это сделать.

208. Эта задача отличается от предыдущей тем, что вместо того, чтобы искать решение, пытаются доказать, что это сделать невозможно.

209. Эту задачу обычно воспринимают с большим удовольствием.

210–211. Опять две задачи в связке: несмотря на то, что условия очень похожи, ответы совсем разные.

212. Как ни странно, задача совсем не по геометрии, а по алгебре — на составление уравнений.

213. Опять проценты.

214. Классическая задача по арифметике, времён бабушек и дедушек нынешних школьников.

215. Задача только на внимание.

216. Эту задачу мы знаем почти 50 лет, уже тогда она была «старой». Это прекрасная арифметическая задача.

217. Поразительное дело, кажется, что в этой задаче не просто не хватает данных, а их нет вообще. Тем не менее...

218. Эта задача, как и задача 200, вовсе не на »движение, а на «числа и календарь».

219. Всеми любимая шифровка, приправленная географией.

220. Арифметика.

221. Это напоминание о старых-старых задачах 12–15.

222. Конечно, при таком «жутком» сюжете не сразу придёт в голову, что это не слишком сложная задача на делимость.

223. Вообще-то, для того, чтобы решить задачу на чётность-нечётность, вовсе не обязательно быть победителем математических олимпиад.

224. Мы опять «держим в руках» среднее арифметическое.

225. Эта задача «на всё» — и на логику, и на интервалы, и на внимание.

226. Если удастся «распутать» эту задачу, то она окажется совсем лёгкой.

227. А вот это — задача трудная, правда, забавность сюжета, как всегда, помогает эту трудность свести почти на нет.

228. Это задача только на внимание, но зато, какое внимание!

229. Не слишком сложные закономерности.

230. Прелестная логическая задача, открывающая серию логических задач — 230, 232, 233, 252, 258, 334.

231. Задача с подвохом, вызывающая недоумение до решения и весёлый смех — после.

232–233. Задачи из «Алисиной серии» (см. задачу 230). Обычно дети достаточно долго полагают, что их решить невозможно, но постепенно всё встаёт на свои места.

234. Эту задачу всегда воспринимают с большим удовольствием, хотя она и довольно трудная.

235. По смыслу (но, конечно, не по сюжету) эта задача похожа на задачу 109.

236. Слегка запутанная, но не слишком сложная задача на сравнения.

237. Эта задача, как и предыдущая, тоже запутана, тоже на сравнения, но уже несколько труднее.

238. «Поиграть в кубики» на уроке дети всегда рады.

239. И опять сравнения, и опять кажется, что слишком мало данных, но потом становится понятно, что это не просто неравенства, а неравенства в целых числах.

240. Очаровательная задача с подвохом. Редко кто её решает, но, узнав ответ, радуются абсолютно все.

241. Очередная игра в цифры.

242. Задача не столько на «чётность-нечётность», сколько на интуитивную геометрию.

243. Это замечательная задача. Её решение — своеобразная игра в «конструктор».

244. Не совсем стандартная задача «на движение».

245. Простая-простая логическая задача. Такие хорошо использовать в качестве «утешительных».

246. Это задача на «старые деньги». Как уже говорилось в предисловии, тогда разнообразие монет и купюр было значительно больше, чем теперь. Эта «старая» денежная система позволяла составлять множество интересных задач.

247. Очень простая, несмотря на использование геометрических терминов, задача, которую хорошо давать в качестве «утешительной».

248. Принцип Дирихле.

249. Опять «денежная» задача, но в данном случае, она не про деньги, а про остатки.

250. Арифметика и среднее арифметическое.

251. Как ни странно, эта задача не столько на сложение дробей, сколько на неравенства в целых числах.

252. Логическая задача из «Алисиной серии». Забавность условия явно помогает решать эту достаточно сложную задачу.

253. Любимая всеми задача со спичками.

254. Задача на сравнение, похожая на задачу 237. Как всегда, при решении помогает забавный сюжет.

255. Сильно приправленная шахматами задача на чётность-нечётность.

256. Очередная задача с подвохом.

257. Как ни странно, на оба вопроса можно ответить без единого перемножения.

258. Опять задача из серии «Алисиных».

259. Дети успешно решают эту задачу, даже не всегда понимая, что имеют дело со степенями двойки.

260. Это опять задача на размерности. Помните задачу 41 про Гулливера?

261. Комбинаторика. Довольно простая.

262. Как ни странно, это задача на делимость, а вовсе не на что-то другое.

263. Тот, кто хорошо усвоил простые числа, решит эту задачу без труда.

264. Обычная задача на умение складывать дроби, которое у современных школьников не слишком развито.

265. Задачу воспринимают «на ура», ещё и потому, что всегда находится желающий (и умеющий) показывать математические фокусы.

266. Эта задача не столько на «деньги», сколько на «степени двойки».

267. Это «утешительная» задача про цифры.

268. Разгадывание шифров дети приветствовали всегда.

269. Взвешивания, сильно приправленные монетами.

270. Взвешивание — такие задачи дети очень любят.

271. Арифметика-алгебра.

272. Это один из вариантов хорошо известной задачи про мудрецов и колпаки. Однажды на кружке мы устроили игру: дети садились так, как описано в задаче, и на них самыми разными способами надевали колпаки. От этого эксперимента были в восторге даже те дети, которые не слишком успешно занимались в кружке. Когда приступили к решению — задачу решили все.

273. «Утешительная» задача на вычисления.

274. Снова игры с числами и цифрами.

275. Если прочесть эту геометрическую задачу внимательно — она окажется совсем лёгкой.

276. Арифметика.

277. Запутанная логическая задача средней сложности.

278. Забавная задача. Когда разберёшься, что к чему, решение приходит само собой.

279. Более или менее стандартная задача на чётность-нечётность.

280. Опять алгебра, но можно решить и арифметически.

281. Как только дети понимают, что это задача без подвоха и решение существует, они решают её достаточно быстро.

282. В чистом виде принцип Дирихле.

283. Забавная, не слишком трудная задача, которую решают почти все, если только не зациклятся на доказательстве того, что это сделать невозможно.

284. Арифметика.

285. Трудность состоит в выборе — можно или нельзя. Как только дети начинают «пробовать красить», задачу решают довольно быстро.

286. Достаточно простая задача на поиск закономерностей.

287. Пожалуй, это некоторая компиляция задач 26 и 103. Во всяком случае, задача не слишком сложная и может быть решена без предварительного решения этих задач.

288. Очень простая, «утешительная» логическая задача.

289. Эта задача обычно вызывала у мальчишек желание съездить в Парк культуры. А решалась она достаточно легко и быстро.

290. С этой задачей всегда были трудности. Начинались они с того, что все наперебой начинали доказывать, что решить эту задачу невозможно.

291. Не очень трудная задача, скорее, «утешительная».

292. Не слишком сложная задача на делимость и остатки.

293. Нетрудная задача на здравый смысл и простые числа.

294. Опять логическая задача, и опять — лёгкая.

295. Эту задачу дети в состоянии решить гораздо раньше, чем узнают метод координат, и при этом находят удивительные аргументы.

296. Задача только на внимание. Стоит чуть-чуть задуматься, и ответ готов.

297. Опять игры с числами и цифрами.

298. В этой задаче используются и интервалы, и кратности, хотя чаще всего дети решают её подбором.

299. Трудная задача. Тем не менее, её всегда (правда, не все) решают.

300. Не слишком трудный ребус. Годится в качестве «утешительной» задачи.

301. Логическая задача, чуть более трудная, чем задачи 288, 294.

302. Нетрудная задача на логику и закономерности.

303. Пожалуй, из всех приведённых в книге геометрических задач эта — самая трудная. Тем не менее, её решали (конечно, не все).

304. Алгебра, система уравнений. Обычно вызывает удивление тот факт, что всё это действительно упоминается в книгах новгородских писцов.

305. Забавная, не очень трудная логическая задача.

306. Делимость и остатки.

307. Опять делимость, но уже без остатков.

308. Арифметика.

309. Как только дети перестают доказывать, что это невозможно, они довольно быстро находят решение.

310. Для тех, кто хорошо понял темы «простые числа» и «остатки», задача совсем не трудная.

311. Эта задача исключительно на здравый смысл и жизненный опыт. Надо ли добавлять, что её решают далеко не все...

312. Нетрудная задача на делимость.

313. Дети сразу начинали *решать* эту задачу, хотя, если бы на минутку задумались, поняли бы, что это сделать невозможно.

314. Может быть, не слишком стандартная, зато достаточно лёгкая задача на делимость.

315. После этой симпатичной задачи дети, как правило, требуют конфет. Мы обычно приносим, но обещаем дать только тем, кто решит эту задачу. Как правило, решают почти все, ну, а тем, кто не решит, приходится немного подсказывать.

316. Задачи на неравенства, составленные из спичек, всегда пользуются успехом.

317. Эту замечательную задачу мы знаем уже лет 50, а сколько времени она была известна до этого!

318. Это задача на действия с дробями и наименьшее общее кратное.

319–320. Игры с цифрами и числами, уравнения, делимость.

321. Задача трудна до тех пор, пока её воспринимают как задачу с подвохом и пытаются доказать, что этого сделать нельзя. Как только начинают красить клетки реального квадрата, задача решается мгновенно.

322. Эта задача напоминает задачу 127 про Знайку и Незнайку, не только сюжетом, но и по существу.

323. Задача на редкость простая, идеальна, как «утешительная».

324. Арифметика-алгебра.

325. Игры с цифрами.

326. Это относительно трудная задача на делимость и остатки.

327. Очередной, не слишком сложный, ребус.

328. Это геометрия, хотя опять на «бытовом» уровне.

329. Опять ребус.

330. Это сильно приправленная домино задача на чётность-нечётность. Интересна реакция детей. Почти все, кто решил задачу с учётом того, что каждая цифра встречается на косточках домино ровно 8 раз, тем не менее долго не могли понять, что если вместо 5 очков на конце будет 4, задача решается точно так же, хотя 5 и 6 — разной чётности, а 4 и 6 — одинаковой. Видимо, дело в том, что на использование этого метода натолкнул факт, что числа 5 и 6 имеют разную чётность.

331. Это не слишком трудная задача на остатки и периодичность.

332. Арифметика-алгебра.

333. Сравнения и игра с цифрами.

334. Очередная «Алисина» задача.

335. Довольно простая задача про простые числа.

336–337. Две задачи, про котов и кошек на выставке, как правило, сначала вызывающие недоумение — непонятно, как к ним подступиться. Задачи не слишком лёгкие, но иногда на занятиях, а чаще за неделю дома, их решают.

338. Игра с цифрами.

339. Совершенно невероятная задача. Сначала дети даже не знают, как к ней подступиться, но потом почему-то начинают рисовать кувшины, часто на редкость красивые, и постепенно придумывают решение.

340. Оказывается, это произведение надо просто разложить на множители, а дальше всё пойдёт само собой. А вначале казалось, столько раз придётся умножать...

341. Эта задача похожа на задачу 57, но ещё запутанней.

342. Несложная задача о простых числах.

343. Одна из наиболее трудных задач, хотя условие изложено так, что она не кажется трудной, во всяком случае, уж если её решали, то достаточно быстро. Собственно, те, кто не смог её решить на занятии, не смог этого сделать и дома.

344. Очередная игра в цифры и числа.

345. Не слишком трудная «почти геометрическая» задача. Если только дети догадаются нарисовать путь Лешего, задача практически будет решена.

346. И снова цифры и числа.

347. Очередная задача с подвохом, она особенно действенна, поскольку от таких задач дети уже успели отвыкнуть.

348. Это довольно сложная задача, похожая, как ни странно, на задачу 336 о кошачьей выставке. Хорошо бы обратить на это внимание детей: сюжеты разные, а математика одна.

349. Не слишком трудная логическая задача. Обычно легко решается.

350. Последняя и довольно трудная задача. Математически она связана с задачей 160, а сюжетно не связана ни с одной из задач этой книги.

4. Как выбрать задачи для занятий

Вы хорошо знаете своего ребёнка,
я его не знаю совсем.

Доктор Спок

Невозможно дать строгое распределение задач по занятиям. Всё будет зависеть от ваших кружковцев: какие-то задачи они будут решать быстрее, какие-то медленнее. Мы не можем дать конкретных рецептов, но можем кое-что посоветовать. Довольно подробно про это было написано в послесловии к 1-му изданию этой книги (см. выше).

Здесь, в добавление к первому послесловию, мы предлагаем вам общие рекомендации и, для примера, распределение задач на одном из тех кружков для третьеклассников, которые мы вели.

Когда кружок ведётся для маленьких детишек, не так важно, чтобы на каждом занятии была трудная задача. Но наличие очень простой совершенно необходимо. Нельзя допустить, чтобы кто-нибудь к концу занятия не решил ни одной задачи. Но обязательно объясните детям, что решить не все задачи на занятии — это нормально. То, что не решили, оставьте как домашнее задание. Это очень важно, поскольку многие дети в состоянии решить много достаточно трудных задач, но не в состоянии это сделать быстро.

У нас была возможность — к каждому занятию, для каждого ученика готовить отпечатанный листок с задачами. Это было очень удобно, поскольку давало детям возможность решать задачи в любом порядке. Раньше, когда такой возможности не было, мы просто записывали (конечно, сокращённо) условия всех задач на доске.

У такой подачи задач есть и свои минусы. К тому времени, когда многие уже решили какую-то задачу, некоторые даже не приступали к ней, поэтому трудно было найти момент для обсуждения решения. Мы обычно разбору решений посвящали последние 5–10 минут каждого занятия. При этом, если хотя бы один человек просил пока не рассказывать решение какой-то задачи, мы оставляли эту задачу для разбора в начале следующего занятия. Вот тогда мы уже разбирали все оставшиеся задачи, которые хоть кто-нибудь решил. Если ни на занятии, ни дома задачу не решали, мы обычно откладывали её в долгий ящик, а иногда просто рассказывали решение сами.

Для детей всегда было удовольствием выйти к доске и рассказать своё решение. Обычно решение рассказывал тот, кто решал эту задачу самым первым. При этом мы следили, чтобы каждый появлялся у доски не больше пары раз за занятие. Так что иногда решение рассказывали и те, кто решил вторым, и те, кто третьим. А домашние решения, как правило, рассказывали как раз те дети, которые решали много, но медленно. Так что, в общем, никто не был в обиде.

На два-три первых занятия, пока мы ещё не слишком хорошо знали ребят, мы старались давать не слишком трудные задачи, как правило, с забавной формулировкой. Кроме того, обязательно давались задачи поскучнее, но как бы основополагающие к разным темам, т. е. те, которые позволяют ничего не объяснять, и у ребят остаётся полное впечатление, что до всех способов решения задач они доходят сами.

Нас всегда поражало, как начинали загораться глаза у детей, когда они видели эти задачи. Сначала им просто нравились условия, но постепенно от некоторых задач глаза разгорались ещё больше, а от некоторых — наоборот, тускнели.

Это поворотный момент. Теперь вы уже видите, кому из детей какая задача даётся легче, какая тяжелее. Естественно, у разных детишек эта разбивка разная. Теперь уже список предлагаемых задач зависит не столько от вас, сколько от того, как проходило предыдущее занятие. Иногда, если вы видите, что кто-то начинает скучать, дайте на следующем занятии задачи полегче, и обязательно прибавьте пару задач на ту тему, которая у этого скучающего ребёнка идёт лучше других. Уверяем вас, от скуки не останется и следа.

А иногда просто вы вдруг узнаете новую задачу, которая понравится вам, и не можете устоять от соблазна — поделиться этой задачей с кружковцами. Иногда сами дети приносят задачи. Ну, в общем, часто бывает так (да что там — часто, почти всегда!), что не вы ведёте кружок, а кружок ведёт вас.

Когда создавалась эта книга, мы пыталась так её составить, чтобы на её основе можно было бы вести самые разные кружки. Можно, например, использовать только лёгкие задачи, такой кружок будет вполне доступен для третьеклассников. Причём не «сильных», а всех желающих и не желающих; в данном случае наша задача — как раз нежелающих и пристрастить (в этом случае на первый план выступают не темы задач, не их сложность, а исключительно занимательность условий). Можно этот же набор задач перетасовать по-другому, например, разбить по темам и устроить кружок для тех детей, кому математика достаточно интересна, и которые в результате «повысят свою квалификацию».

Если мы отберём задачи потруднее, то то же самое можно будет сделать для детей постарше. Вообще, нужно сказать, что запись «книга предназначена для учащихся 3–7 классов» означает только то, что эти задачи доступны детям этого возраста, но вовсе не означает, что для детей старше или для взрослых эти задачи не интересны, вовсе нет! Как правило, именно у этих категорий читателей задачи вызывают неожиданный интерес.

Есть разные способы подбора задач для занятий. Часто, например, используется такой способ: на каждое занятие (или на несколько занятий) даётся определённая тема, и все задачи на занятии даются на эту тему. Таким образом, отрабатывается техника решения задач. Мы всегда предпочитали другой способ: на одно и то же занятие даются задачи из различных тем, причём не говорится, какая задача на какую тему. Тогда отрабатывается не «техническая» сторона решений, а «идейная»: дети незаметно для себя обучаются навыку «диагностирования» задач, что много важнее.

Итак, повторим главное. Важно, чтобы 1) задачи были облечены в занимательную форму, 2) на каждом занятии давалась лёгкая задача (утешительная), 3) задачи давались из разных разделов, 4) трудность задач постепенно (ни в коем случае не слишком быстро!) возрастала, 5) обязательно обращалось внимание на *всех* кружковцев (если кому-то стало скучно — на следующее занятие подберите задачи специально для него).

5. Вариант распределения задач по занятиям

Общий принцип подбора задач для очередного занятия таков.

Вы вводите новую тему — даёте очень простые, понятные задачи, которые используют основные идеи этой темы. Понемножку, но очень аккуратно, подсказываете, чтобы дети смогли всё-таки дойти до этих идей, но успели бы забыть, что дошли они до этих идей не совсем сами, а их аккуратно подвели. Тогда и удовольствия ребята получат больше, и хорошо запомнят основные идеи.

Теперь несколько занятий даёте по 1–2 задачи на эту тему и продолжаете давать задачи на предыдущие темы. Когда вы увидите, что тема усвоена, переходите к следующей и т. д.

Надо следить, чтобы задачи определённой уже «пройденной» темы не пропадали надолго. Всё-таки хотя бы одну задачу на 3–4 занятия давать обязательно.

В приведённом ниже наборе задач для занятий темы распределялись в таком порядке. Закономерности (занятие 1), Интервалы (занятие 2), Неравенства (занятие 3), Чётность-нечётность (занятие 5), Взвешивания (занятие 6), Делимость (занятие 9), Простые числа (занятие 12).

Вы вольны выбрать и другой порядок, Важно только соблюдать основной принцип — трудность задач должна возрастать постепенно, но как только та или иная задача вызвала затруднение, на следующее занятие надо дать задачу на ту же тему, но легче... и опять всё повторяется.

Перейдём к подбору задач. Можно давать задачи практически подряд — от 1-й до 350-й. Трудность задач возрастает очень постепенно, а занимательность условий падает тоже очень постепенно. Такой кружок вполне по силам ученикам 3-го класса.

Приведём ещё один набор задач. Здесь будут перечислены их номера и иногда будет поясняться, почему именно эти задачи были выбраны. Это, пожалуй, набор для «продвинутых» третьеклассников или для «обычных» пятиклассников.

И последнее. Нам хочется обратить ваше внимание на набор задач 115–122. Это 173 маленьких примера на составление чисел из пяти одинаковых цифр и арифметических действий. Хорошо бы давать такие примеры на каждом кружке (если давать по 5 примеров на занятие, то хватит на год). Эти задачи хороши вот чем: как правило, они не сложны, значит, могут служить в качестве утешительных; они позволяют детям отладить навыки устного счёта, которыми далеко не все современные школьники хорошо владеют; когда таких задач набирается много, они стимулируют у детей желание найти хоть какую-то общую методику решения; конечно, общую методику они не найдут, но до нескольких частных вполне смогут докопаться.

Занятие 1: 1, 2, 4, 29, 32. Занятие 2: 3, 12, 14, 15, 16, 33, 40. Занятие 3: 13, 18, 21, 26, 52, 53, 35. Занятие 4: 54, 17, 19, 44, 71, 31. Занятие 5: 62, 64, 253, 11, 245, 68, 98. Занятие 6: 80, 88, 221, 38, 70, 182.

Давайте приостановимся на этом блоке задач. Это та самая вступительная часть, о которой говорилось выше. Здесь преобладают задачи с занимательными условиями, но, как бы между прочим, даются «основополагающие» задачи (на 1-м занятии — закономерности, на 2-м занятии — об интервалах, на третьем — о сравнениях и т. д.).

Обратите внимание: как только началась какая-то тема, на каждом следующем занятии обязательно даётся задача на ту же тему — для «закрепления». Когда мы введём уже достаточно много тем, задачи для «закрепления» можно будет давать реже.

И вот ещё на что обратите внимание: мы для своих занятий выбрали появление математических тем именно в таком порядке, а вы вольны взять и другой порядок появления этих тем. Кроме того, если вы увидите, что тема оказалась трудноватой, лучше отбросьте эту тему и дайте её значительно позже (если вы посвятите ей не одно занятие, а два-три, чтобы дети во всём разобрались, то возникнет опасность сделать кружок скучным).

Вот темы, которые можно дать сразу же, эти задачи не требуют особых знаний и умений, а только сообразительности и здравого смысла: задачи с подвохом; внимательный счёт; числовые ребусы, магические квадраты и т. п.; парадоксы; домино; задачи со спичками. Только на самых первых занятиях надо следить, чтобы формулировки этих задач были достаточно забавны (это своеобразный рекламный трюк).

Вот темы, которые можно дать довольно быстро и, более или менее, в любом порядке: интервалы; простейшая геометрия; чётность-нечётность и чёрное-белое; неравенства и сравнения; закономерности; делимость чисел и простые числа. И тоже, на первых занятиях надо следить за тем, чтобы формулировки этих задач были достаточно забавны.

Одновременно можно вводить и темы: с алгеброй и без неё; логические задачи; комбинаторика; стратегии; взвешивания; цифры; целые числа. Отличие этих тем от предыдущих состоит в том, что для них не нужна предварительная подготовка. Но, как всегда, желательно начинать с забавных условий.

Задачи на оставшиеся темы (обратный счёт; шарады, шифры; размерности; турниры; среднее арифметическое; целое и его части; календарь и время;

принцип Дирихле), как правило, более трудные, поэтому, например, третьеклассникам их можно вообще не давать, хотя, конечно, и здесь есть исключения. Посмотрите эти задачи и решите сами, как с ними поступить. Это зависит в основном от того, какие дети посещают ваш кружок и что их интересует. Вы ведь не обязаны дать абсолютно все задачи, которые есть в книге.

Занятие 7: 167, 43, 81, 134, 271, 86. Занятие 8: 192, 55, 50, 57, 59. Занятие 9: 124, 95, 228, 90, 323, 132. Занятие 10: 321, 34, 24, 25, 9, 38. Занятие 11: 231, 175, 176, 199, 316, 79, 180. Занятие 12: 61, 137, 138, 23, 37, 153. Занятие 13: 96, 167Б, 10, 80, 111, 30. Занятие 14: 313, 87, 144, 91, 159, 185. Занятие 15: 81, 109, 142, 66, 67, 99. Занятие 16: 84, 161, 126, 105, 56, 123. Занятие 17: 97, 6, 226, 229, 136, 125. Занятие 18: 106, 181, 100, 131, 46, 151. Занятие 19: 154, 147, 47, 204, 218, 183. Занятие 20: 148, 200, 165, 289, 164, 127, 128.

Вот, собственно, расклад задач по занятиям. Здесь 20 занятий — ровно на 20 учебных недель. Напоследок хотелось бы ещё раз подчеркнуть, что задачи в этом расписании можно *и нужно* менять в зависимости от интересов, умения и возможностей ваших учеников. И конечно, хотелось бы пожелать вам успеха на этом не слишком лёгком, но удивительно увлекательном пути!

6. Заключение

С выхода 1-го издания этой книги прошло почти 10 лет. Это большой срок, поэтому, естественно, при повторном издании книга потребовала переработки. Мы добавили 100 достаточно лёгких задач. Это повлекло за собой изменение порядка появления задач в книге. Как и в предыдущем издании, задачи помещены в том порядке, в котором они давались на одном из кружков. Как и раньше, в книгу вошли только те задачи, которые были решены детьми.

Несколько последних лет мы вели кружки в московской физико-математической школе-лаборатории № 444. На занятиях не только решались задачи, но и готовились математические стенгазеты. Мы смогли выпустить 13 стенгазет, в оформлении которых дети активно использовали компьютер. Начинали мы с использования Лексикона и простейших графических редакторов, а последние стенгазеты были выпущены с использованием самых современных компьютерных разработок. Стенгазеты, как правило, вызывали большой интерес во всей школе — во-первых, своим ярким оформлением, а во-вторых, тем, что и для малышей, и для старших школьников там обязательно находились интересные задачи.

В заключение мы хотели бы поблагодарить директора школы-лаборатории № 444 г. Москвы И. И. Крючкову за организацию кружков в школе; О. С. Ермакову и В. П. Илюхину за помощь в проведении занятий; И. В. Ященко за советы по дополнению рукописи; И. А. Пушкарь и Т. Г. Усачеву за плодотворные обсуждения будущей книги; М. А. Голуба, А. Ю. Котову и Ю. Н. Торхова за ценные советы по оформлению рукописи; и, конечно же, всех бывших кружковцев, помощь которых в составлении этой книги неоценима.

Оглавление

Дорогие ребята! 3
Задачи 4
Подсказки 47
Решения 63
Ответы 130
Приложение 143